Prova scritta di SISTEMI DINAMICI del 10.2.2011

Esercizio 1.
Si consideri il sistema a tempo discreto descritto dall'equazione ingresso-uscita

$$y(k) - y(k-2) = u(k-1).$$

(I) Determinare la risposta libera $y_l(k)$ relativa alle condizioni iniziali $y(-2) = 0$, $y(-1) = 1$.

(II) Determinare la risposta forzata $y_f(k)$ relativa all'ingresso a gradino unitario $u(k) = 1(k)$.

(III) Assumendo ora che $u(k) = \alpha y(k-1) + r(k)$, dove $r(k)$ è un nuovo segnale di ingresso, determinare per quali valori del parametro reale α il sistema risulta essere stabile in senso ILUL dall'ingresso $r(k)$ all'uscita $y(k)$.

(IV) Nelle stesse ipotesi del punto (III), determinare il valore di α ed un opportuno istante $k_0 \geq 0$ in modo che la risposta forzata all'ingresso impulsivo $r(k) = \delta(k)$ sia uguale a zero per ogni istante $k \geq k_0$. Riportare anche la risposta forzata $y_f(k)$ risultante.

Esercizio 2.
Si consideri il sistema a tempo continuo descritto dalle equazioni ingresso-stato-uscita

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= -3x_1(t) + x_2(t) + u(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \beta x_1(t) - x_2(t) - u(t) \\ y(t) &= x_1(t) + x_2(t) \end{aligned}$$

(I) Studiare la stabilità del sistema al variare del parametro reale β.

(II) Assumendo $\beta = -1$, determinare la risposta impulsiva del sistema $y_{imp}(t)$.

(III) Assumendo $\beta = -1$, determinare la risposta di regime permanente $y_{perm}(t)$, relativa all'ingresso $u(t) = \sin 3t$.

(IV) Determinare per quali valori di $\beta \in \mathbb{R}$ il sistema risulta essere completamente raggiungibile.

Esercizio 3.
Si consideri il sistema a tempo continuo descritto dalle equazioni di stato

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= -\gamma x_1(t) + x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \gamma x_1^2(t) x_2(t) - x_2(t) \end{aligned}$$

dove γ è un parametro reale.

(I) Assumendo $\gamma = 0$, determinare la risposta libera nello stato $x_l(t)$, relativa allo stato iniziale $x_1(0) = 2$, $x_2(0) = 1$.

(II) Determinare gli stati di equilibrio del sistema al variare di $\gamma \in \mathbb{R}$.

(III) Discutere la stabilità degli stati di equilibrio calcolati al punto (II), in funzione di $\gamma \in \mathbb{R}$.

Candidato: ..... **Anno di Corso: .....**

RISULTATI

Esercizio 1.

(I) : $y_l(k) =$

(II) : $y_f(k) =$

(III) : α :

(IV) : α :

k_0 :

Esercizio 2.

(I) : Stabilità:

(II) : $y_{imp}(t) =$

(III) : $y_{perm}(t) =$

(IV) : $\alpha :$

Esercizio 3.

(I) : $x_l(t) =$

(II) : Stati di equilibrio:

(III) : Stabilità: