Prova intermedia di SISTEMI DINAMICI del 28.1.2011

Esercizio 1. Si consideri il sistema a tempo discreto descritto dalle equazioni ingresso-stato-uscita

$$\begin{aligned} x_1(k+1) &= -x_1(k) + \frac{1}{3}x_2(k) + u(k) \\ x_2(k+1) &= \alpha x_1(k) + \frac{2}{3}x_2(k) \\ y(k) &= x_1(k) \end{aligned}$$

dove α è un parametro reale.

(I) Assumendo $\alpha = 2$, determinare la risposta libera nell'uscita $y_l(k)$ relativa allo stato iniziale $x_1(0) = x_2(0) = 1$.

(II) Assumendo $\alpha = 2$, determinare il segnale di ingresso $u(k)$ in modo che la risultante risposta forzata nell'uscita soddisfi $y_f(k) = 1$, $\forall k \geq 1$.

(III) Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ è possibile rendere il sistema asintoticamente stabile mediante una retroazione statica dello stato, $u(k) = Fx(k)$.

(IV) Assumendo $\alpha = 1$, determinare la sequenza di ingressi $u(k)$ di lunghezza minima che consenta di raggiungere lo stato

$$\bar{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

a partire dallo stato iniziale nullo $x(0) = 0$.

Esercizio 2. Si consideri il sistema a tempo continuo descritto dalle equazioni

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= -x_1(t) + x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -2x_2(t) + x_3(t) \\ \dot{x}_3(t) &= \beta x_1(t)x_2(t) - x_3(t) \end{aligned}$$

dove β è un parametro reale.

(I) Assumendo $\beta = 1$, determinare gli stati di equilibrio del sistema.

(II) Discutere la stabilità degli stati di equilibrio calcolati al punto (I).

(III) Assumendo $\beta = 0$, determinare per quali stati iniziali $x(0)$ la risposta libera nello stato contiene esclusivamente il modo e^{-2t}.

Esercizio 3. Si consideri il sistema a tempo continuo rappresentato in figura 1, dove il sistema Σ è descritto dalle equazioni ingresso-stato-uscita

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_3(t) \\ \dot{x}_3(t) &= -4x_2(t) - 4x_3(t) + u(t) \\ y(t) &= x_1(t) \end{aligned}$$

e K è una costante reale.

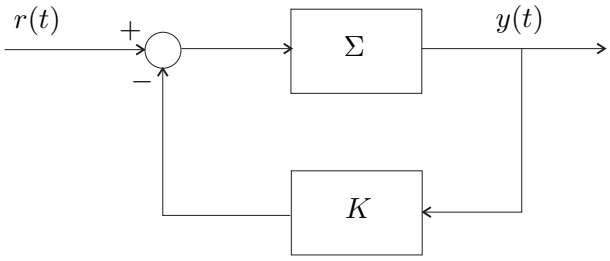


Figura 1

(I) Determinare la funzione di trasferimento $W(s)$ da $r(t)$ a $y(t)$.

(II) Assumendo $K = 1$, determinare i modi della risposta forzata $y_f(t)$ relativa all'ingresso impulsivo $r(t) = \delta(t)$.

(III) Assumendo $K = 4$, determinare la risposta di regime permanente nell'uscita $y_{perm}(t)$ relativa all'ingresso $u(t) = 5\cos t$.

(IV) Determinare per quali valori di K il sistema avente ingresso $r(t)$ e uscita $y(t)$ è stabile in senso ILUL. [Suggerimento: utilizzare il criterio di Routh-Hurwitz].

Candidato: ..... **Anno di Corso: .....**

RISULTATI

Esercizio 1.

(I) : $y_l(k) =$

(II) : $u(k) =$

(III) : $\alpha :$

(IV) : $u(k) :$

Esercizio 2.

(I) : Stati di equilibrio:

(II) : Stabilità:

(III) : $x(0) :$

Esercizio 3.

(I) : $W(s) =$

(II) : Modi:

(III) : $y_{perm}(k) =$

(IV) : K :