Prova intermedia di FONDAMENTI DI AUTOMATICA del 3.12.2010

Esercizio 1.

Un lampadario appeso ad un soffitto mediante un cavo può essere assimilato ad un corpo in rotazione avente momento di inerzia J, costante elastica di torsione K e coefficiente di attrito viscoso β. Si supponga di far ruotare il lampadario attorno al proprio asse applicando una coppia $\tau(t)$, e sia $\theta(t)$ l'angolo di cui il lampadario risulta ruotato rispetto alla posizione di riposo all'istante t.

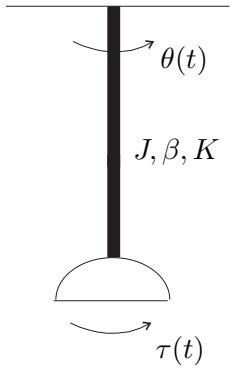


Figura 1.

Si assumano i valori $J = 2\ kg\,m^2$, $K = 3\ Nm/rad$, e si supponga $\beta \geq 0$.

(I) Assumendo come ingresso $u(t) = \tau(t)$ e come uscita $y(t) = \theta(t)$, determinare una rappresentazione ingresso-uscita del sistema. Calcolare la funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema da $u(t)$ a $y(t)$.

(II) Determinare per quali valori di β i modi della risposta impulsiva del sistema risultano essere convergenti, e per quali valori di β sono invece limitati ma non convergenti.

(III) Determinare per quali valori di β, i modi della risposta impulsiva risultano essere del tipo $e^{\alpha t}\cos(\omega t + \phi)$, con α, ω e ϕ costanti reali, e $\alpha < -1$.

(IV) Assumendo $\beta = 5$, determinare la risposta forzata $y_f(t)$ relativa all'ingresso

$$u(t) = \begin{cases} 3 & 0 \leq t < 1 \\ 1 & t \geq 1 \end{cases}$$

Esercizio 2.

Un sistema lineare a tempo discreto, con ingresso $u(k)$ e uscita $y(k)$, è descritto dalla equazione alle differenze

$$y(k) - \frac{1}{2}y(k-1) - \frac{1}{2}y(k-2) = u(k) + \alpha u(k-2)$$

dove α è una costante reale.

(I) Determinare la funzione di trasferimento $G(z)$ del sistema.

(II) Assumendo $\alpha = 0$, calcolare la risposta forzata $y_f(k)$ relativa all'ingresso impulsivo $u(k) = \delta(k)$.

(III) Assumendo $\alpha = 0$, determinare per quali condizioni iniziali $y(-1)$, $y(-2)$, la risposta totale del sistema relativa all'ingresso impulsivo $u(k) = \delta(k)$, risulta essere identicamente nulla, ovvero $y(k) = 0$, per ogni $k \geq 0$.

(IV) Determinare il valore di α in modo che la risposta forzata relativa all'ingresso a gradino unitario $u(k) = 1(k)$ sia limitata, e calcolarne il valore di regime, ovvero $\lim_{k\to+\infty} y_f(k)$.

Esercizio 3.

Si consideri il sistema lineare a tempo continuo rappresentato in Figura 2.

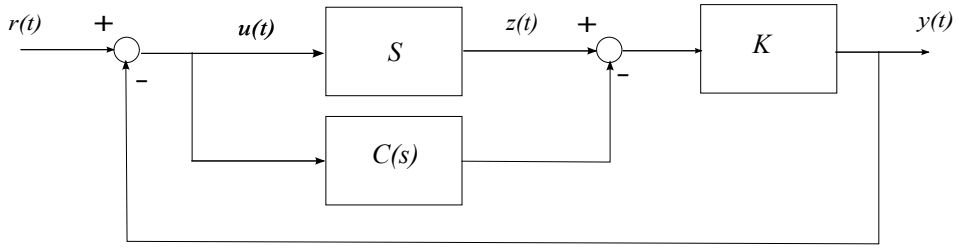


Figura 2

in cui $C(s) = \frac{2}{3}\frac{1}{s+1}$, K è una costante reale, e il blocco S rappresenta un sistema descritto dall'equazione differenziale

$$\frac{d}{dt}z(t) - z(t) = 2u(t).$$

(I) Determinare la funzione di trasferimento $W(s)$ da $r(t)$ a $y(t)$.

(II) Determinare per quali valori di $K \in \mathbb{R}$ la risposta impulsiva del sistema avente funzione di trasferimento $W(s)$ risulta essere convergente.

(III) Determinare per quali valori di $K \in \mathbb{R}$ il guadagno stazionario del sistema avente funzione di trasferimento $W(s)$ (ovvero il valore di regime della risposta al gradino unitario) esiste finito e risulta essere maggiore di 4.

(IV) Assumendo $K = 3$, determinare la risposta forzata $y_f(t)$ relativa all'ingresso a gradino unitario $r(t) = 1(t)$.

Candidato: ..... **Anno di Corso: .....**

RISULTATI

Esercizio 1.

(I) : Rappr. i/o:

$G(s) =$

(II) : Modi aperiodici:

Modi pseudoperiodici:

Modi convergenti:

Modi limitati:

(III) : $y_f(t) =$

(IV) : $\omega =$

Esercizio 2.

(I) : Condizioni iniziali:

$y_l(k) =$

(II) : $y_f(k) =$

(III) : α :

(IV) : $A =$ $B =$

$C =$ $D =$

Esercizio 3.

(I) : $W(s) =$

(II) : K :

(III) : $K =$

$A =$ $B =$ $C =$

(IV) : $r(t) =$