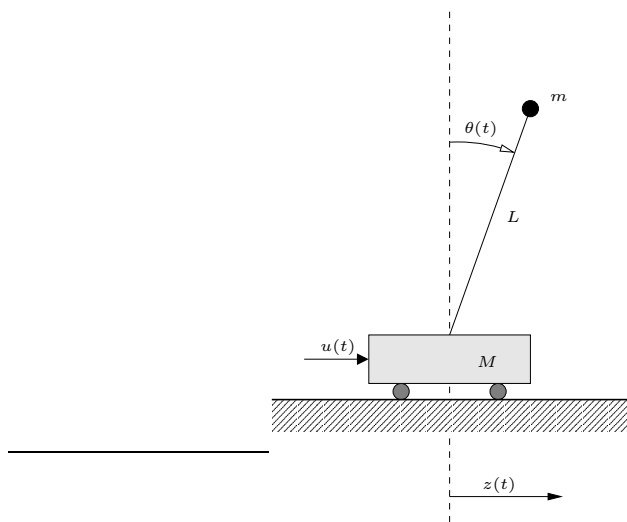


Identificazione e Analisi dei Dati II: Esercitazione # 4: Filtro di Kalman Esteso

Si consideri il sistema dinamico rappresentato in Figura 1. Esso è costituito da un pendolo inverso di massa m montato su un carrello di massa M attuato da un motore. Il sistema è dotato di una coppia di encoder in grado di fornire una misura della posizione $z(t)$ del carrello e dell'angolo $\theta(t)$, formato dal pendolo con la verticale, ogni 10 ms .



Dati

$$\begin{aligned} m &= 0.1\text{ kg} \\ M &= 2\text{ kg} \\ L &= 0.5\text{ m} \end{aligned}$$

Figura 1.

Si desidera scegliere una opportuna forza $u(t)$ da applicare al carrello affinché, anche in presenza di disturbi (ad es. forze inattese agenti sul carrello o sul pendolo), il pendolo rimanga in posizione verticale ed il carrello ritorni in posizione $z(t) = 0$ in un tempo non superiore ai 5 s . Si trascurino gli attriti, si supponga che il sistema parta da condizioni iniziali “vicine” al punto di lavoro specificato.

- I) Trovare un modello matematico *tempo-continuo* per l'evoluzione della dinamica del sistema in esame e discretizzarlo con il metodo di *Eulero in avanti*, utilizzando un tempo di campionamento $T_c = 10\text{ ms}$.
- II) Al fine di progettare un regolatore a zero dello stato, linearizzare il modello ottenuto al punto precedente intorno al punto di equilibrio (instabile) $x_{eq} = (\theta, \dot{\theta}, z, \dot{z}) = (0, 0, 0, 0)$.
- III) Calcolare una retroazione statica dello stato $u(t) = -Kx(t)$, che consenta di ottenere un tempo di assestamento T_a non superiore a 5 s ed un overshoot inferiore al 5% .
- IV) Per implementare la legge di controllo calcolata al punto precedente è necessario conoscere ad ogni istante il valore di tutto il vettore di stato $x(t) = (\theta(t), \dot{\theta}(t), z(t), \dot{z}(t))$. Dal momento che il sistema dispone di sensori in grado di fornire misure *rumorose* solo della posizione $z(t)$ del carrello e dell'angolo $\theta(t)$, occorre stimare le altre componenti dello stato. A tal fine, implementare un filtro di Kalman esteso (EKF) che fornisca una stima dello stato, a partire dalle misure e dall'ingresso.
- V) Verificare il funzionamento del sistema di controllo progettato, utilizzando un modello Simulink che simuli il comportamento del sistema reale. Si supponga che le misure di $z(t)$ e $\theta(t)$ siano affette da rumore bianco, Gaussiano, a media nulla con varianza $\sigma_z^2 = 5 \cdot 10^{-3}$ e $\sigma_\theta^2 = 1.5 \cdot 10^{-3}$, rispettivamente. Sia inoltre presente un disturbo di processo $w(t)$ modellabile come un rumore WGN(0,Q), con $Q = \text{diag}([1\text{e-}4\ 1\text{e-}4\ 1\text{e-}4\ 1\text{e-}4])$.