Fondamenti di Automatica - sede di Arezzo

Elaborato 7: esercizi riassuntivi sulla seconda parte del corso

Problema 1. Si consideri il sistema dinamico tempo continuo

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= 2\varepsilon x_1(t)x_2(t) + x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \frac{1}{\varepsilon}x_1(t) - x_2(t) \end{aligned}$$

dove ε è un parametro reale.

1. Determinare i punti di equilibrio del sistema al variare di ε.
2. Studiare la stabilità dei punti di equilibrio calcolati al punto 1.

Problema 2. Si consideri il sistema in figura 1

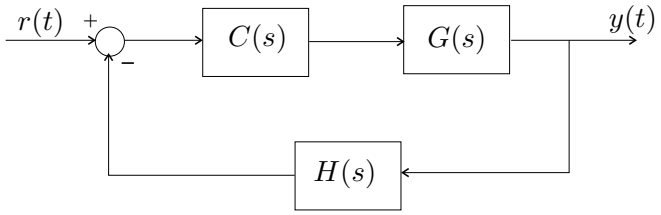


Figura 1.

in cui

$$G(s) = \frac{10(s+1)}{s^4 + s^3 + 20s^2 - s + 1}\ , \quad C(s) = \frac{10(s-1)}{s+1}\ , \quad H(s) = \frac{1}{100}.$$

1. Determinare la funzione di trasferimento $W(s)$, tra l'ingresso $r(t)$ e l'uscita $y(t)$.
2. Tracciare i diagrammi di Bode della $W(s)$ ottenuta al punto 1.
3. Determinare l'espressione della risposta di regime permanente nell'uscita, relativa all'ingresso $r(t) = \frac{1}{2}\cos(4t + \frac{\pi}{4})$.

Problema 3. Si consideri il sistema tempo-discreto

$$\begin{aligned} x_1(t+1) &= -x_1(t) + \alpha x_3(t) + 2u(t) \\ x_2(t+1) &= x_1(t) + \frac{1}{2}x_2(t) - 2x_3(t) \\ x_2(t+1) &= 2x_3(t) + u(t) \end{aligned}$$

dove α è un parametro reale.

1. Determinare il sottospazio degli stati raggiungibili al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.
2. Determinare per quali valori di α il sistema è stabilizzabile mediante una legge di controllo in retroazione dallo stato.
3. Assumendo $\alpha = 0$ e $x(0) = (1\ 0\ \frac{1}{2})'$, determinare la sequenza di ingressi $u(0), u(1), u(2)$ tale per cui lo stato all'istante $t = 3$ sia $x(3) = (0\ 0\ 0)'$.
4. Assumendo $\alpha = 0$, determinare la matrice F della legge di controllo $u(t) = Fx(t) + v(t)$, tale per cui il sistema retroazionato abbia tutti gli autovalori uguali a zero. Confrontare la sequenza di ingresso ottenuta con quella del punto 3 (con lo stesso stato iniziale).