Fondamenti di Automatica - sede di Arezzo

Elaborato 5: stabilità, risposta in frequenza, diagrammi di Bode

Problema 1. Sono dati i sistemi dinamici descritti dalle seguenti funzioni di trasferimento

$$G_1(s) = \frac{s+1}{s^2+s+1} \quad ; \quad G_2(s) = \frac{s}{(s+1)^2} \quad ; \quad G_3(s) = \frac{1}{s^3+s^2+s+1}$$

ed i seguenti segnali d'ingresso

$$u_1(t) = \sin(t) \quad ; \quad u_2(t) = \sin(2t) + \cos(t) \quad ; \quad u_3(t) = 1 + \cos(t/2 + \pi/3)$$

Per ciascuna possibile coppia sistema-segnale d'ingresso

- Stabilire se sono definite una risposta di regime permanente $y_P(t)$, limitata e contenente le sole frequenze dell'ingresso, ed una risposta transitoria $y_T(t)$, tendente a zero per $t \to \infty$, come stabilito dal teorema della risposta in frequenza
- Calcolare $y_P(t)$, se questa è definita
- Stabilire se la risposta è limitata o illimitata

Problema 2. Tracciare su carta semilogaritmica i diagrammi di Bode delle seguenti funzioni di trasferimento

$$G(s) = \frac{s-1}{s(s^2+s+100)} \quad ; \quad G(s) = \frac{1}{(s^2+1)(s+2)} \quad ; \quad G(s) = \frac{(s+3)(s^2+2s+2)}{s(s-1)(s+2)(s+4)} \quad ; \quad G(s) = \frac{25s+50}{s^3+5s^2-s-5}$$

Problema 3. È dato il seguente sistema non lineare tempo-discreto di dimensione 2

$$\begin{cases} x(k+1) = \dfrac{x^2(k)y(k) - x^2(k) - y(k) - 2x(k) + 2}{x(k) - 2} \\ y(k+1) = 2x(k)y(k) + y(k) \end{cases}$$

1. Determinare i punti di equilibrio del sistema.
2. Studiare le proprietà di stabilità locale dei suddetti equilibri.

Problema 4. È dato il sistema lineare tempo continuo

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \alpha^2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ \beta \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x$$

1. Determinare per quali valori di α e β il sistema è rispettivamente asintoticamente stabile, stabile, instabile
2. Determinare per quali valori di α e β il sistema è stabile in senso ingresso limitato $\to$ uscita limitata (BIBO)
3. Se esistono valori di α e β per cui il sistema risulta stabile BIBO ma non asintoticamente stabile, determinare se la risposta all'impulso nello stato per condizioni iniziali nulle ha o meno componenti illimitate.