Fondamenti di Automatica - sede di Arezzo

Elaborato 3: risposta nel tempo, analisi modale, linearizzazione

Problema 1. È dato il sistema a tempo discreto descritto dalla seguente equazione

$$x(t+2) + 0.5x(t+1) - 0.5x(t) = u(t)$$

Determinare la risposta del sistema per ingresso nullo e condizioni iniziali date da

$$x(0) = 0 \;\; ; \;\; x(1) = 1$$

Problema 2. Dato il sistema tempo-discreto

$$\begin{cases} x_1(t+1) &= 2x_2(t) + u(t) \\ x_2(t+1) &= x_1(t) - x_2(t) - u(t) \\ x_1(0) &= 0 \\ x_2(0) &= 1 \end{cases}$$

1. Determinare la risposta libera nello stato
2. Determinare la risposta forzata ad un ingresso a gradino unitario

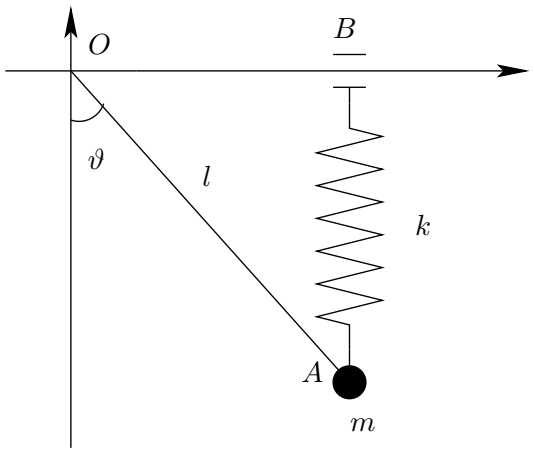
Problema 3. È dato il sistema lineare tempo-invariante tempo-continuo descritto dalle matrici

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix} \;\; ; \;\; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \;\; ; \;\; C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \;\; ; \;\; D = 0$$

Si risponda ai seguenti quesiti.

1. Al variare del parametro α, studiare il carattere dei modi propri del sistema
2. Al variare di α, calcolare l'espressione della risposta al gradino $u(t) = 1(t)$
3. Al variare di α e β, determinare l'espressione della risposta all'esponenziale $u(t) = e^{\beta t}1(t)$
4. Al variare di α, determinare l'equivalente tempo-discreto che si ottiene utilizzando un mantenitore di ordine zero con tempo di campionamento T e la relativa funzione di trasferimento.

Problema 4. Si consideri il sistema meccanico in figura costituito da un pendolo formato da un filo di massa trascurabile lungo l e da un punto materiale di massa m. Il pendolo è incernierato nel punto O ed è attaccato all'estremità A ad una molla di costante k che mantiene sempre la posizione verticale poiché l'estremità B può slittare sull'asse orizzontale. Sul sistema agisce l'accelerazione di gravità g.



1. Determinare una rappresentazione (non lineare) del sistema assumendo come variabili di stato la posizione angolare del pendolo e la sua velocità angolare
2. Determinare le posizioni di equilibrio del sistema
3. Determinare i sistemi linearizzati nell'intorno di ciascuna delle posizioni di equilibrio precedentemente trovate
4. Per ciascuno dei sistemi linearizzati, si determinino quali condizioni devono soddisfare i parametri del sistema affinché i modi risultino puramente oscillanti.