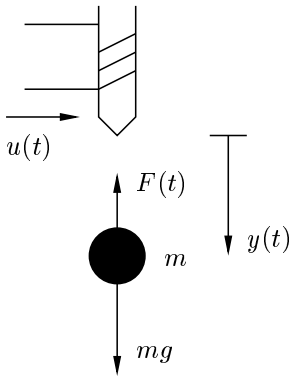
Compito di Fondamenti di Automatica 17.07.2002

Candidato: N. Matricola:

Parte I - Esercizio 1. In figura è rappresentato il modello di un levitatore magnetico. Una sfera metallica di massa m è vincolata a muoversi lungo l'asse verticale y ed è soggetta all'azione della forza magnetica generata dal campo prodotto dalla corrente che scorre in una bobina. La forza magnetica, diretta lungo l'asse y, è data da

$$F(t) = -\frac{Ku(t)}{1+\alpha y^2(t)}$$



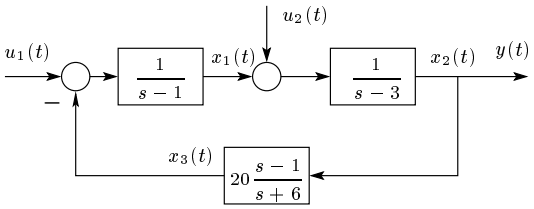
dove $K > 0$ ed $\alpha > 0$ sono costanti, $y(t)$ è la posizione della sfera lungo y e $u(t)$ è l'intensità di corrente nella bobina. La sfera è inoltre soggetta alla forza peso.

1. Determinare un modello in variabili di stato (non lineare) che metta in relazione la corrente $u(t)$, assunta come ingresso, con la posizione $y(t)$ della sfera, assunta come uscita.
2. Supposto $u(t) = u_0$ con $u_0 > 0$ costante, determinare in funzione di u_0 le eventuali posizioni di equilibrio del sistema (con $y \geq 0$) e discuterne le proprietà di stabilità, costruendo gli opportuni sistemi linearizzati.

Modello:

Equilibri e stabilità:

Parte I - Esercizio 2. È dato lo schema a blocchi in figura.



1. Determinare una rappresentazione (A, B, C, D) del sistema assumendo come variabili di stato $x_1(t), x_2(t), x_3(t)$, come ingressi $u_1(t), u_2(t)$ e come uscita $y(t)$
2. Giustificando l'affermazione, stabilire se la risposta nell'uscita per $t \geq 0$ con condizioni iniziali nulle è limitata rispettivamente nei casi:
   (a) $u_1(t)$ limitato e $u_2(t) = 0\ \forall t \geq 0$
   (b) $u_1(t) = 0$ e $u_2(t)$ limitato $\forall t \geq 0$
3. Calcolare la risposta nell'uscita per $t \geq 0$ quando gli ingressi valgono $u_1(t) = \delta(t)$ e $u_2(t) = 1(t)$.

Modello (A, B, C, D):

Limitata: (a) (b)

Risposta $y(t)$:

Parte I - Esercizio 3. È dato il sistema LTITC

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} a-1 & 1-2a & 2a-1 \\ 0 & -(a+1) & 2a \\ 0 & -a & a-1 \end{bmatrix} x$$

dove a è un numero reale.

Al variare di a, determinare i modi propri del sistema.

Modi propri Valori di a

Parte II - Esercizio 1. La risposta all'impulso per condizioni iniziali nulle di un sistema LTITD è data dalla successione

$$\{w(k)\} = \{1/2, 1/3, 1/4, 1/9, 1/8, 1/27, 1/16, 1/81, \ldots\}$$

1. Determinare la funzione di trasferimento del sistema
2. Detta $y(k)$ la risposta al gradino unitario, determinare, se questo è finito, il valore di $y(+\infty)$.

F.d.T.:

$y(+\infty)$**:**

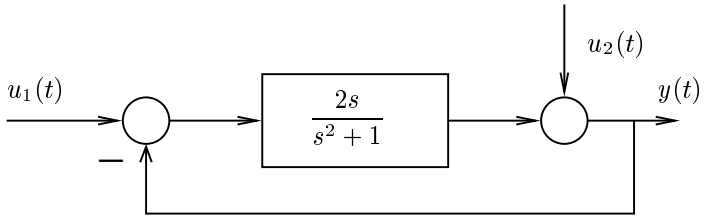
Parte II - Esercizio 2. Tracciare i diagrammi di Bode (asintotico e reale) della seguente funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{s^2 + s + 1}{s(s - 0.1)(s + 10)^2}$$

Parte II - Esercizio 3. È dato il sistema in figura. Determinare, se è definita, la risposta di regime permanente $y_P(t)$ quando i segnali d'ingresso valgono

$$u_1(t) = 1 \quad \text{e} \quad u_2(t) = \cos t$$

Nota: un segnale costante è una cosinusoide di pulsazione zero!



$y_P(t)$**:**