COMPITO DI FONDAMENTI DI AUTOMATICA 4.07.2002

Candidato:_____ N. Matricola:_____

I parte — Esercizio 1.

In un casinò, una delle attrazioni si basa sul gioco delle tre carte: lo scommettitore deve indovinare dove si trova una carta, scegliendone una fra tre coperte, disposte casualmente (egli ha quindi una probabilità su tre di indovinare e due su tre di sbagliare). Più specificatamente, si tratta di un gioco a turni in cui, pagata una quota di iscrizione fissa (pari ad α), ciascun giocatore continua a giocare finché non indovina consecutivamente due volte (e allora riceve il premio), o sbaglia consecutivamente due volte (e allora viene eliminato dal gioco).

1. Si costruisca un modello LTITD che metta in relazione il numero di giocatori che ad ogni turno inizia a giocare ($u(k)$), con quelli che vincono la scommessa e incassano il premio ($y(k)$) (*Suggerimento: si considerino come variabili di stato il numero di giocatori che hanno vinto una volta ed il numero di giocatori che hanno perso una volta*).
2. Supponendo che il casinò voglia trattenere per sé (e quindi non ridistribuire come premio) il 50% degli incassi forniti dalle quote di iscrizione, determinare (in funzione di α) l'entità del premio che deve essere erogato in caso di vittoria (*Suggerimento: si utilizzi il teorema del valore finale*).

Modello (A,B,C,D):

Entità del premio:

I parte — Esercizio 2.

Sia dato il sistema tempo–continuo

$$\begin{cases} \dot{x} &= -x^3 + x^2y^2 - 4x^2 + y^2 - x - 4 \\ \dot{y} &= xy^2 + 4x \end{cases}.$$

1. Determinare i punti di equilibrio del sistema.
2. Studiare la stabilità locale di tali punti.

Punti di equilibrio e stabilità:

I parte — Esercizio 3.

È dato il sistema LTITC

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= -\alpha x_1 \\ \dot{x}_2 &= 2x_1 + \alpha x_2 + 2x_3 + u \\ \dot{x}_3 &= 2\alpha x_1 - 2x_2 + \alpha x_3 \\ y &= x_3 \end{cases}$$

dove α è un parametro reale.

1. Al variare di α, discutere la stabiltà del sistema
2. Calcolare la risposta libera nello stato alla condizione iniziale $x_0 = [1\ 0\ -1]'$
3. Determinare per quali valori di α, M, ω la risposta forzata nell'uscita per condizioni iniziali nulle all'ingresso $u(t) = M\cos\omega t$ è limitata.

Discussione stabilità: **Risposta $x(t)$:**

Condizioni su α, M, ω:

II parte — Esercizio 4.

Sia data la funzione di trasferimento

$$\frac{y(z)}{u(z)} = \frac{2z}{(z-2)(z+\frac{1}{3})}$$

Si determini la risposta forzata $x(k)$ quando l'ingresso $u(k)$ è il seguente segnale:

$$u(k) = \begin{cases} 0 & \text{se } k = 0; \\ -1 & \text{se } k = 1, 2; \\ 1 & \text{se } k = 3, ..., \infty; \end{cases}$$

$y(k)$:

II parte — Esercizio 5.

Sia dato il sistema LTITC descritto dalla funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{(s^2 + 3s + 4)}{s^2(s-10)}$$

1. Tracciare i diagrammi di Bode (asintotico e reale) di modulo e fase del sistema.

II parte — Esercizio 6.

Se la risposta a regime $y(t)$ del sistema

$$\frac{1}{s^2 + \frac{2}{3}s + 1}$$

è $y(t) = \frac{3}{2}\sin t$, calcolare un possibile ingresso sinusoidale $u(t)$ che, applicato al sistema, produce $y(t)$.

$u(t)$: