Fondamenti di Automatica - sede di Arezzo - A.A. 2001/2002
Compito 2 - 28/06/2002

Problema 1. È dato il sistema tempo-continuo

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) &= x_2(t)\ [1 - \alpha(x_1^2(t) + x_2^2(t))] \\ \dot{x}_2(t) &= -x_1(t)\ [1 + \alpha(x_1^2(t) + x_2^2(t))] \end{cases}$$

dove α è un parametro reale.
Al variare di α, determinare i punti di equilibrio del sistema e, se possibile, discuterne la stabilità.

Problema 2. Si consideri il sistema lineare tempo-continuo, la cui funzione di trasferimento è

$$G(s) = \frac{100(s + 0.1\gamma)}{s^2 + (\gamma - 1)s + 30 - \gamma}$$

dove γ è un parametro reale.

1. Determinare per quali valori di γ il sistema è stabile esternamente, in senso ILUL.
2. Assumendo $\gamma = 5$, tracciare i diagrammi di Bode della funzione $G(s)$ e determinare la risposta di regime permanente $y_p(t)$, relativa all'ingresso
$$u(t) = 1 + \sin(5t).$$
3. Assumendo $\gamma = 1$, determinare per quali valori di M ed ω la risposta relativa all'ingresso
$$u(t) = M\cos(\omega t)$$
è non limitata.

Problema 3. Si consideri il sistema tempo-discreto

$$\begin{cases} x_1(t+1) &= \alpha x_1(t) + x_2(t) + u(t) \\ x_2(t+1) &= x_2(t) + \alpha u(t) \\ y(t) &= x_1(t) \end{cases}$$

dove α è un parametro reale.

1. Determinare per quali valori di α il sistema è completamente raggiungibile.
2. Determinare per quali valori di α il sistema è stabilizzabile (asintoticamente) mediante una legge di controllo in retroazione dallo stato.
3. Assumendo $\alpha = -\frac{1}{2}$, e $x(0) = (8\ \ 0)'$, determinare l'insieme delle sequenze di ingresso $u(0), u(1), u(2)$ in grado di portare il sistema nello stato $x(3) = (0\ \ 1)'$, all'istante $t = 3$. Tra tutte le sequenze ottenute, determinare quella per cui $u(2) = 0$.
4. Assumendo $\alpha = 1$, determinare la matrice F della legge di controllo $u(t) = Fx(t) + v(t)$, tale per cui il sistema retroazionato ha autovalori pari a $\lambda_1 = \frac{1}{2}$ e $\lambda_2 = -\frac{1}{2}$. Determinare inoltre la funzione di trasferimento $W(z) = Y(z)/V(z)$ del sistema retroazionato.