Fondamenti di Automatica - sede di Arezzo - A.A. 2001/2002
Compito del 24/07/2002

Problema 1. È dato il sistema lineare tempo-continuo

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} -(\alpha+2) & 2(\alpha+1) & 1 \\ -(\alpha+1) & \alpha & \alpha+2 \\ 0 & 0 & \alpha \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x(t)\end{aligned}$$

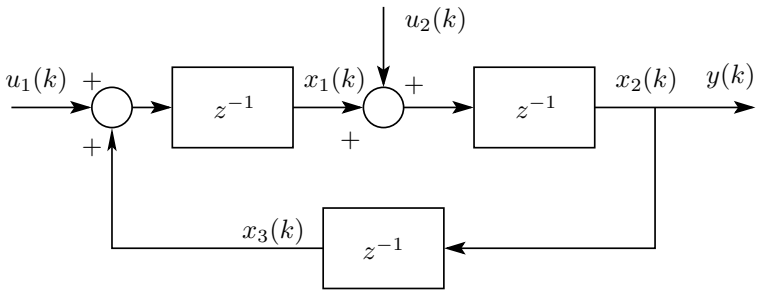
1. Determinare i modi propri del sistema al variare di α.
2. Per $\alpha = -1$, calcolare la risposta libera nello stato alla condizione iniziale $x_0 = [1 \quad -1 \quad 0]'$.
3. Per $\alpha = -1$, calcolare la risposta forzata nell'uscita al gradino unitario per condizioni iniziali nulle.
4. Per $\alpha = -1$, verificare se è definita la risposta di regime permanente sinusoidale. Se sì, determinare un possibile ingresso sinusoidale $u(t)$ in modo che la risposta di regime permanente valga $y_P(t) = \frac{1}{2}\sin t$.

Problema 2. Si consideri il seguente sistema tempo-continuo

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= 1 - \frac{u(t)}{1+x_1^2(t)} \\ y(t) &= x_1(t)\end{aligned}$$

1. Supponendo $u(t) = u_0$ costante, determinare, al variare di u_0, gli stati di equilibrio del sistema.
2. Costruire i sistemi linearizzati in corrispondenza degli stati di equilibrio trovati.
3. Studiare, se possibile, la stabilità di detti stati di equilibrio.

Problema 3. È dato il sistema lineare tempo-discreto descritto dallo schema a blocchi in figura.



1. Determinare le matrici A, B, C, D della rappresentazione di stato Σ del sistema, che si ottiene assumendo come vettore di ingresso $u(k) = [u_1(k) \quad u_2(k)]'$, come uscita $y(k)$ e come stato $x(k) = [x_1(k) \quad x_2(k) \quad x_3(k)]'$.
2. Studiare le proprietà di stabilità di Σ.
3. È Σ completamente raggiungibile? Se sì, qual è il minimo numero di passi in cui un qualunque stato può essere raggiunto a partire dallo stato nullo?
4. Determinare l'insieme degli stati che possono essere raggiunti dallo stato nullo in 1,2 e 3 passi agendo solamente su $u_1(k)$ (supponendo cioè che $u_1(k)$ sia l'unico ingresso del sistema).
5. Supponendo ancora che $u_1(k)$ sia l'unico ingresso, determinare se possibile una retroazione dallo stato $u_1(k) = F_1 x(k)$ in modo da portare tutti gli autovalori del sistema in $z = 0$.
6. Verificare che, controllando il sistema come al punto precedente, lo stato evolve verso lo stato zero in al più 3 passi, qualunque sia la condizione iniziale. Quali stati iniziali vengono portati a zero in 1,2,3 passi rispettivamente?
7. (Facoltativo) È possibile rispondere alle domande 3,4,5,6 mediante una semplice ispezione dello schema a blocchi proposto? Commentare.