Fondamenti di Automatica - sede di Arezzo - A.A. 2001/2002
Prova scritta del 5.7.2002

Esercizio 1.
Si consideri il sistema tempo-continuo

$$\Sigma \; : \; \begin{cases} \dot{x}_1(t) &= -2x_1(t) - x_2(t) + u(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -x_2(t) + \alpha u(t) \\ y(t) &= 2x_1(t) + x_2(t) \end{cases}$$

dove α è un parametro reale.

1. Assumendo $\alpha = -2$, determinare la risposta forzata nell'uscita $y_f(t)$, relativa al segnale di ingresso $u(t) = 5$, $t \geq 0$.

2. Determinare per quali valori di α la risposta forzata relativa all'ingresso $u(t) = e^{-t}$ è pari a $y_f(t) = t\,e^{-t}$.

3. Determinare, se possibile, uno stato iniziale $x(0)$ tale per cui la risposta libera nell'uscita del sistema è pari a $y_l(t) = e^{-2t}$.

4. Assumendo $\alpha = -2$, e supponendo che il sistema Σ sia inserito nello schema a blocchi in Figura 1, in cui

$$W_1(s) = \frac{200}{s}\,, \qquad W_2(s) = \frac{s+1}{s^2 + 8s + 64}\,,$$

determinare la funzione di trasferimento da $r(t)$ a $z(t)$ e tracciarne i diagrammi di Bode.

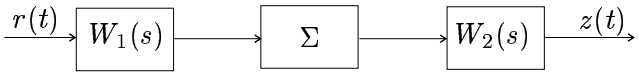


Figura 1.

Esercizio 2.
Si consideri il sistema tempo-continuo

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) &= -x_2(t) + \beta x_1^2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= (1+\varepsilon)x_1(t) - x_2(t) \end{cases}$$

dove β e ε sono parametri reali.

1. Assumendo $\beta = 0$, studiare la stabilità del sistema al variare di $\varepsilon \in \mathbb{R}$.

2. Assumendo $\beta = 1$ e $\varepsilon = 0$, determinare i punti di equilibrio del sistema e studiarne la stabilità.

3. Assumendo $\beta = 0$ e $\varepsilon = -1$, determinare la risposta libera del sistema relativa ad una generica condizione iniziale $x(0) = (x_{0,1} \;\; x_{0,2})'$, e tracciare le traiettorie del sistema nello spazio degli stati. Quali sono i punti di equilibrio del sistema in questo caso?

Esercizio 3.
Si consideri il sistema tempo-discreto

$$\begin{cases} x_1(t+1) &= u(t) \\ x_2(t+1) &= \alpha x_1(t) + x_3(t) \\ x_3(t+1) &= \beta x_1(t) + x_2(t) \end{cases}$$

dove α e β sono parametri reali.

1. Determinare per quali valori di α e β il sistema è completamente raggiungibile.

2. Assumendo $\alpha = 2$ e $\beta = 1$, determinare lo spazio degli stati raggiungibili e gli autovalori raggiungibili. Stabilire inoltre se il sistema può essere stabilizzato asintoticamente mediante una legge di controllo in retroazione dallo stato.

3. Assumendo $\alpha = -1$ e $\beta = 1$, determinare il minor numero di passi in cui è possibile raggiungere lo stato $x_f = (10 \;\; 2 \;\; -2)'$ a partire dallo stato iniziale nullo, e quale è la corrispondente sequenza di ingresso.

4. Assumendo $\alpha = -1$ e $\beta = 1$, determinare la sequenza di ingresso in grado di portare a zero lo stato in tre passi, ovvero $x(3) = (0 \;\; 0 \;\; 0)'$, a partire dallo stato iniziale $x(0) = (4 \;\; 4 \;\; 0)'$.