Prova scritta di FONDAMENTI DI AUTOMATICA del 21.7.2004

Esercizio 1.

Si consideri il sistema tempo discreto descritto dalle equazioni

$$\begin{cases} x_1(k+1) &= \frac{4}{3}\,x_1(k) - 2\,x_2(k) + u(k) \\ x_2(k+1) &= \frac{1}{9}\,x_1(k) + \frac{1}{3}\,x_2(k) + \frac{1}{6}\,u(k) \\ y(k) &= x_1(k) \end{cases}$$

1. Determinare la risposta libera nell'uscita $y_l(k)$, relativa alla condizione iniziale: $x_1(0) = 1$, $x_2(0) = \frac{1}{3}$.

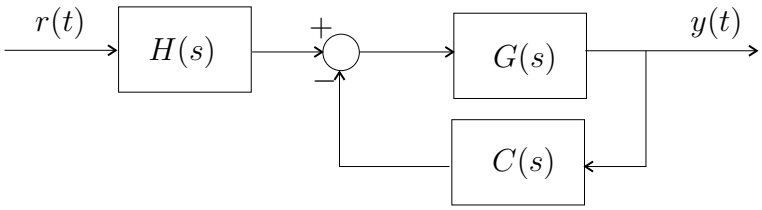
2. Determinare la risposta forzata nell'uscita $y_f(k)$ relativa al segnale di ingresso a gradino unitario $u(k) = 1$, $\forall k \geq 0$.

3. Studiare la stabilità del sistema in senso ILUL (ingresso-limitato uscita-limitata).

4. Determinare lo stato iniziale $x(0)$ in modo tale che la risposta libera nell'uscita sia pari a $y_l(k) = 5$, $\forall k \geq 0$.

Esercizio 2.

Si consideri il sistema a tempo continuo descritto dallo schema a blocchi in figura



in cui

$$G(s) = \frac{K}{s+1} \qquad , \qquad C(s) = \frac{1}{s} \qquad , \qquad H(s) = \frac{1}{s+1}$$

e K è una costante positiva.

1. Calcolare la funzione di trasferimento $W(s)$ dall'ingresso $r(t)$ all'uscita $y(t)$.

2. Determinare il valore asintotico per $t \to +\infty$, cui tende la risposta forzata $y_f(t)$ del sistema, relativa all'ingresso a gradino unitario $r(t) = 1$, $\forall t \geq 0$.

3. Assumendo $K = \frac{1}{2}$, determinare la risposta forzata nell'uscita $y_f(t)$, relativa all'ingresso impulsivo $r(t) = \delta(t)$.

4. Determinare per quali valori di $K > 0$, il sistema avente come ingresso $r(t)$ e uscita $y(t)$ ha soltanto modi aperiodici.

Esercizio 3.

Si consideri il sistema a tempo continuo descritto dalle equazioni

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) &= \alpha\{x_1^2(t) - x_1^3(t)\} + x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -x_2(t) \\ \dot{x}_3(t) &= x_1(t) - x_3(t) \end{cases}$$

dove α è un parametro reale.

1. Assumendo $\alpha = 0$, studiare la stabilità del sistema.
2. Assumendo $\alpha = 0$, calcolare la risposta libera nello stato $x_l(t)$ relativa alla condizione iniziale $x_1(0) = 0$, $x_2(0) = 1$, $x_3(0) = 0$.
3. Assumendo $\alpha = 1$, determinare gli stati di equilibrio del sistema.
4. Studiare la stabilità degli stati di equilibrio calcolati al punto 3.