Prova scritta di FONDAMENTI DI AUTOMATICA del 30.6.2004

PARTE PRIMA

Esercizio 1.

Si consideri il sistema tempo discreto descritto dall'equazione alle differenze

$$y(k) - 2y(k-1) + y(k-2) = u(k-2) - \alpha\, u(k-3)$$

dove α è un parametro reale.

1. Assumendo $\alpha = 2$, calcolare la risposta forzata $y_f(k)$ relativa all'ingresso impulsivo $u(k) = \delta(k)$.

2. Assumendo $\alpha = 2$, determinare il segnale di ingresso $u(k)$ in modo tale che la risposta forzata risulti pari a $y_f(k) = \mathbf{1}(k-2)$ (dove $\mathbf{1}(k)$ rappresenta il gradino unitario).

3. Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la risposta impulsiva del sistema non contiene modi divergenti.

Esercizio 2.

Si consideri il sistema a tempo continuo descritto dallo schema a blocchi in Figura 1

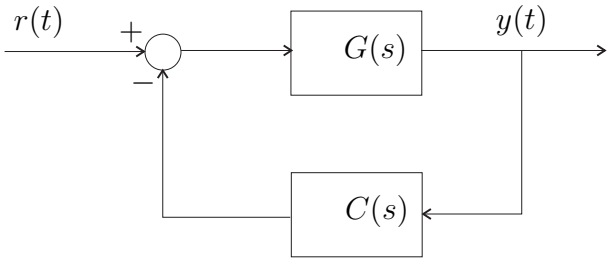


Figura 1

in cui

$$G(s) = \frac{10(s-1)}{s^2 + 2s + 3} \qquad , \qquad C(s) = \frac{1}{10}\ .$$

1. Calcolare la funzione di trasferimento $W(s)$ dall'ingresso $r(t)$ all'uscita $y(t)$.

2. Determinare la risposta forzata $y_f(t)$, relativa all'ingresso $r(t) = t$, $t \geq 0$.

3. Determinare il valore cui tende la risposta forzata $y_f(t)$ del sistema relativa all'ingresso a gradino unitario $r(t) = \mathbf{1}(t)$, per $t \to +\infty$.

PARTE SECONDA

Esercizio 3.

Il sistema meccanico descritto in Figura 2 è composto da una massa M collegata a due muretti fissi distanti tra loro L, da due molle di costante elastica rispettivamente K_1 e K_2. Si indichi con $y(t)$ la posizione della massa, e sia $F(t)$ una forza applicata su di essa dall'esterno. Si assumano i valori: $M = 1$ kg, $K_1 = 2$ N/m, $K_2 = 1$ N/m.

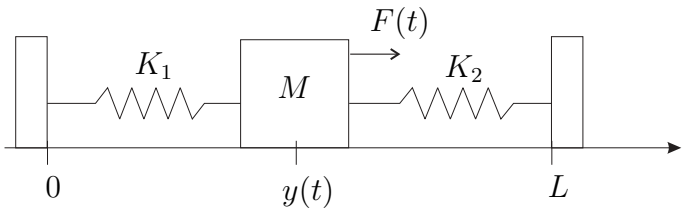


Figura 2.

1. Determinare una rappresentazione ingresso-stato-uscita del sistema. Calcolare le matrici A, B, C, D, assumendo come ingresso $u(t) = F(t)$ e come uscita $y(t)$.

2. Assumendo $F(t) \equiv 0$, $\forall t$, determinare gli stati di equilibrio del sistema e studiarne la stabilità.

3. Determinare la pulsazione ω dell'ingresso sinusoidale $F(t) = \sin \omega t$, in modo tale che la corrispondente risposta forzata risulti divergente (ovvero $\lim_{t\to\infty} |y_f(t)| = +\infty$)..

Esercizio 4.

Si consideri il sistema a tempo continuo descritto dalle equazioni

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_3(t) \\ \dot{x}_3(t) &= -3x_2(t) - 4x_3(t) + u(t) \\ y(t) &= \gamma x_1(t) + x_2(t) \end{aligned}$$

dove γ è un parametro reale.

1. Assumendo $\gamma = 0$, determinare la risposta libera $y_l(t)$ relativa allo stato iniziale $x_1(0) = 0$, $x_2(0) = 1$, $x_3(0) = 0$.

2. Determinare per quali valori di $\gamma \in \mathbb{R}$, il sistema è stabile in senso BIBO.

3. Determinare per quali valori di $\gamma \in \mathbb{R}$, la risposta impulsiva è pari a $y(t) = 1 - e^{-t}$.

4. Assumendo $\gamma = 1$, calcolare la risposta forzata $y_f(t)$ relativa all'ingresso a gradino unitario.