Fondamenti di Automatica - sede di Arezzo

Esercitazione sulla prima parte del corso

Problema 1. Si consideri il sistema a tempo continuo descritto dalla equazione ingresso-uscita

$$\frac{d^3}{dt^3}y(t) + \frac{d^2}{dt^2}y(t) + 4\frac{d}{dt}y(t) + 4y(t) = u(t).$$

1. Determinare la risposta forzata $y_f(t)$, relativa all'ingresso a gradino unitario $u(t) = 1$, $t \geq 0$.
2. Determinare le condizioni iniziali del sistema, tali per cui la risposta libera sia pari a $y_l(t) = \sin 2t$, $t \geq 0$.
3. Determinare l'ingresso $u(t)$, in modo tale che la risposta forzata del sistema sia pari a $y_f(t) = t^3\, e^{-t}$.

Problema 2. Si consideri il sistema a tempo discreto descritto dalla equazione alle differenze finite

$$y(k) - y(k-1) + \frac{3}{16}y(k-2) = u(k-1) - \frac{3}{8}u(k-2).$$

1. Determinare la risposta libera $y_l(k)$ del sistema, relativa alle condizioni iniziali $y(-1) = 0$, $y(-2) = 1$.
2. Determinare la riposta impulsiva del sistema.
3. Calcolare il segnale d'ingresso $u(k)$ tale per cui la risposta forzata del sistema è pari a $y(k) = \left(\frac{1}{4}\right)^k \mathbf{1}(k-1)$.

Problema 3. Si consideri il sistema a tempo continuo descritto dallo schema a blocchi in Figura 1

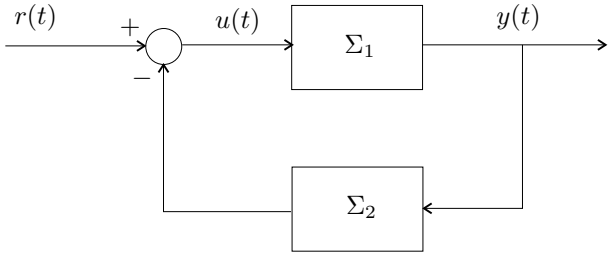


Figura 1

in cui Σ_1 è descritto dalla equazione ingresso-uscita

$$\ddot{y}(t) + \dot{y}(t) + y(t) = \dot{u}(t) - u(t).$$

(I) Assumendo $\Sigma_2 = 0$, calcolare la risposta forzata $y_f(t)$ del sistema, relativa all'ingresso a gradino $r(t) = 1$, $t \geq 0$.

(II) Determinare la funzione di trasferimento $C(s)$ del sistema Σ_2, in modo che la risposta forzata $y_f(t)$, relativa all'ingresso impulsivo $r(t) = \delta(t)$, sia pari a $y_f(t) = 4e^{-t} - 3e^{-\frac{1}{2}t}$.

(III) Assumendo $\Sigma_2 = K$, con K costante reale, determinare per quali valori reali di K la risposta libera del sistema in retroazione con ingresso $r(t)$ e uscita $y(t)$, converge a zero a partire da qualunque condizione iniziale.

Problema 4. Si consideri il sistema a tempo discreto descritto dallo schema a blocchi in Figura 2

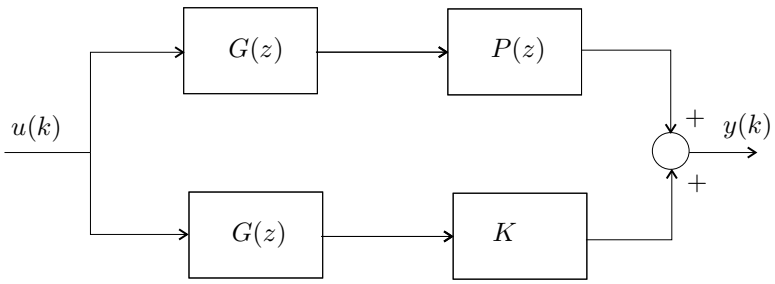


Figura 2

in cui

$$G(z) = \frac{z}{z + \frac{1}{2}} \quad , \quad P(z) = \frac{z}{z-1}.$$

1. Assumendo $K = 1$, calcolare la risposta impulsiva del sistema.
2. Assumendo $K = 2$, calcolare la risposta forzata del sistema relativa all'ingresso a gradino.
3. Determinare, se possibile, il valore di K affinchè la risposta impulsiva del sistema sia costante, e calcolare il valore di tale costante.
4. Determinare un segnale d'ingresso $u(k)$ non identicamente nullo, tale per cui la risposta forzata del sistema si annulli in un tempo finito. Calcolare la risposta relativa all'ingresso scelto.