Fondamenti di Automatica - sede di Arezzo

Elaborato 8: esercizi riassuntivi sulla seconda parte del corso

Problema 1. Si consideri il sistema a tempo continuo descritto dallo schema a blocchi in Figura 1

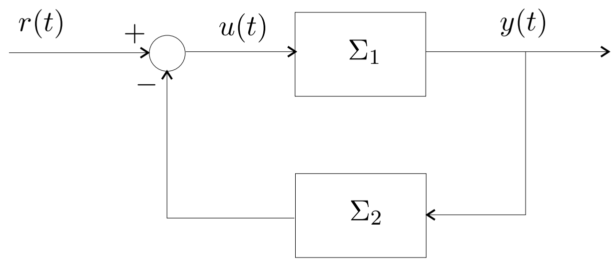

Figura 1

in cui Σ_1 è descritto dalle equazioni ingresso-stato-uscita

$$\Sigma_1 \; : \; \begin{cases} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -x_1(t) - x_2(t) + u(t) \\ y(t) &= -x_1(t) + x_2(t) \end{cases}$$

1. Assumendo $\Sigma_2 = 0$, calcolare la risposta forzata $y_f(t)$ del sistema, relativa all'ingresso a gradino $r(t) = 1$, $t \geq 0$.
2. Determinare la funzione di trasferimento $C(s)$ del sistema Σ_2, in modo che la risposta forzata $y_f(t)$, relativa all'ingresso impulsivo $r(t) = \delta(t)$, sia pari a $y_f(t) = 4e^{-t} - 3e^{-\frac{1}{2}t}$.
3. Assumendo $\Sigma_2 = K$, con K costante reale, determinare per quali valori di $K \in \mathbb{R}$ il sistema in retroazione con ingresso $r(t)$ e uscita $y(t)$, è stabile in senso ILUL.

Problema 2. Si consideri il sistema dinamico tempo continuo

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= 2\varepsilon x_1(t)x_2(t) + x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \frac{1}{\varepsilon}x_1(t) - x_2(t) \end{aligned}$$

dove ε è un parametro reale.

1. Determinare i punti di equilibrio del sistema al variare di ε.
2. Studiare la stabilità dei punti di equilibrio calcolati al punto 1.

Problema 3. Si consideri il sistema in Figura 2

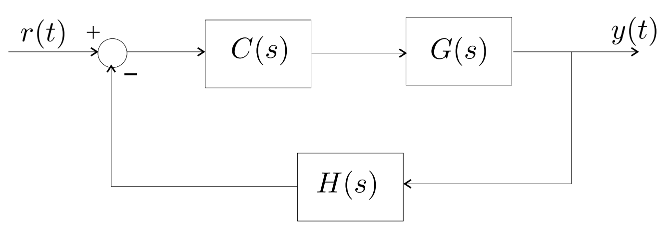

Figura 2

in cui

$$G(s) = \frac{10s^2(s+1)}{s^4 + 2s^3 + 5s^2 + 3s + 1} \; , \quad C(s) = \frac{10(s-1)}{s+1} \; , \quad H(s) = \frac{1}{100}.$$

1. Determinare la funzione di trasferimento $W(s)$, tra l'ingresso $r(t)$ e l'uscita $y(t)$.

2. Determinare l'espressione della risposta di regime permanente nell'uscita, relativa all'ingresso $r(t) = \frac{1}{2}\cos(4t + \frac{\pi}{4})$.

Problema 4. Si consideri il sistema tempo-discreto

$$
\begin{aligned}
x_1(t+1) &= x_1(t) + \alpha x_2(t) \\
x_2(t+1) &= x_1(t) + \frac{1}{2}x_2(t) - 2x_3(t) \\
x_3(t+1) &= \frac{1}{2}x_3(t) + u(t) \\
y(t) &= x_2(t)
\end{aligned}
$$

dove α è un parametro reale.

1. Assumendo $\alpha = 0$, determinare la risposta libera nello stato $x_l(t)$, relativa alle condizioni iniziali $x_1(0) = 2$, $x_2(0) = 0$, $x_3(0) = 1$.

2. Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$, la risposta forzata nell'uscita $y_f(t)$, relativa all'ingresso a gradino unitario, è limitata.

3. Determinare gli stati di equilibrio del sistema e studiarne la stabilità, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.