Fondamenti di Automatica - sede di Arezzo

Elaborato 7: risposta in frequenza, linearizzazione, stabilità

Problema 1. Sono dati i sistemi dinamici descritti dalle seguenti funzioni di trasferimento

$$G_1(s) = \frac{s+1}{s^2+s+1} \quad ; \quad G_2(s) = \frac{s}{(s+1)^2} \quad ; \quad G_3(s) = \frac{1}{s^3+s^2+s+1}$$

ed i seguenti segnali d'ingresso

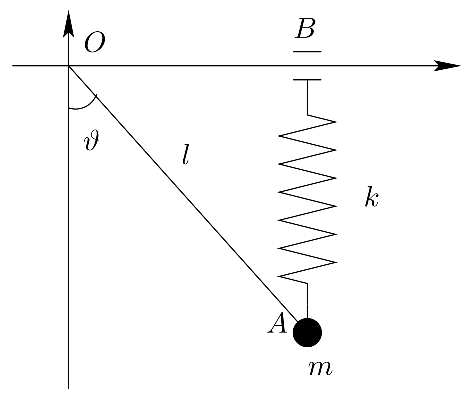
$$u_1(t) = \sin(t) \quad ; \quad u_2(t) = \sin(2t) + \cos(t) \quad ; \quad u_3(t) = 1 + \cos(t/2 + \pi/3)$$

Per ciascuna possibile coppia sistema-segnale d'ingresso

- Stabilire se sono definite una risposta di regime permanente $y_P(t)$, limitata e contenente le sole frequenze dell'ingresso, ed una risposta transitoria $y_T(t)$, tendente a zero per $t \to \infty$, come stabilito dal teorema della risposta in frequenza.
- Calcolare $y_P(t)$, se questa è definita.
- Stabilire se la risposta è limitata o illimitata.

Problema 2. Si consideri il sistema meccanico in figura costituito da un pendolo formato da un filo di massa trascurabile lungo l e da un punto materiale di massa m. Il pendolo è incernierato nel punto O ed è attaccato all'estremità A ad una molla di costante k che mantiene sempre la posizione verticale poiché l'estremità B può slittare sull'asse orizzontale. Sul sistema agisce l'accelerazione di gravità g.

1. Determinare una rappresentazione (non lineare) del sistema assumendo come variabili di stato la posizione angolare del pendolo e la sua velocità angolare.
2. Determinare le posizioni di equilibrio del sistema.
3. Determinare i sistemi linearizzati nell'intorno di ciascuna delle posizioni di equilibrio precedentemente trovate.
4. Per ciascuno dei sistemi linearizzati, si determinino quali condizioni devono soddisfare i parametri del sistema affinché i modi risultino puramente oscillanti.



Problema 3. È dato il seguente sistema non lineare tempo-discreto

$$\begin{cases} x(k+1) = \dfrac{x^2(k)y(k) - x^2(k) - y(k) - 2x(k) + 2}{x(k) - 2} \\ y(k+1) = 2x(k)y(k) + y(k) \end{cases}$$

1. Determinare i punti di equilibrio del sistema.
2. Studiare le proprietà di stabilità locale dei suddetti equilibri.

Problema 4. È dato il sistema lineare tempo continuo

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \alpha^2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ \beta \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x$$

1. Determinare per quali valori di α e β il sistema è rispettivamente asintoticamente stabile, stabile, instabile.
2. Determinare per quali valori di α e β il sistema è stabile in senso ingresso limitato uscita limitata (BIBO).
3. Se esistono valori di α e β per cui il sistema risulta stabile BIBO ma non asintoticamente stabile, determinare se la risposta all'impulso nello stato per condizioni iniziali nulle ha o meno componenti illimitate.