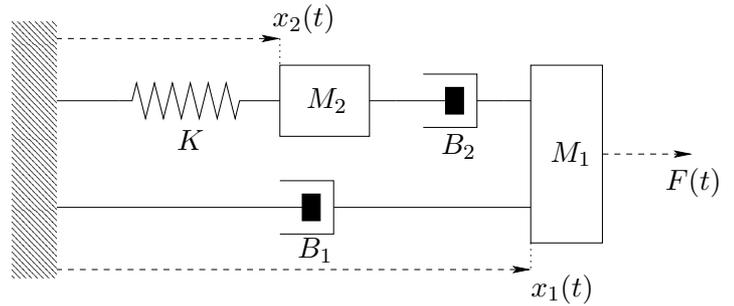


Fondamenti di Automatica - sede di Arezzo

Elaborato 1: modelli TC, trasformate di Laplace, funzioni di trasferimento

Problema 1. Si consideri il sistema meccanico masse/molle/smorzatori in figura, dove $F(t)$ è una forza applicata dall'esterno, $x_1(t)$ ed $x_2(t)$ sono le posizioni delle masse M_1 ed M_2 rispetto alla posizione di riposo, K è la costante elastica della molla e B_1 e B_2 sono i coefficienti di attrito viscoso degli smorzatori.



1. Determinare una rappresentazione ingresso-uscita del sistema, assumendo come ingresso $u(t) = F(t)$ e come uscita $y(t) = x_1(t)$. Calcolare la funzione di trasferimento.
2. Determinare una rappresentazione ingresso-stato-uscita del sistema. Calcolare le matrici A, B, C, D .
3. Utilizzando i valori numerici sotto riportati calcolare, utilizzando la trasformata di Laplace, l'andamento nel tempo di $y(t) = x_1(t)$, partendo da sistema a riposo, quando all'istante $t = 0$ viene applicato un ingresso costante $u(t) = F(t) = F_0 \mathbf{1}(t)$.

Valori numerici: $M_1 = M_2 = 1$ kg, $B_1 = B_2 = 3$ Ns/m, $K = 0.2$ N/m, $F_0 = 1$ N.

Problema 2. Si consideri il sistema TC descritto dall'equazione ingresso-uscita

$$\frac{d^3}{dt^3}y(t) + 2\frac{d^2}{dt^2}y(t) + \frac{d}{dt}y(t) = u(t).$$

1. Determinare una rappresentazione ingresso-stato-uscita del sistema. Calcolare le matrici A, B, C, D .
2. Assumendo $y(0) = 5$, $\dot{y}(0) = 1$, $\ddot{y}(0) = 0$, determinare la risposta libera del sistema.
3. Calcolare la risposta impulsiva del sistema.
4. Calcolare la risposta forzata del sistema, relativa all'ingresso $u(t) = \frac{1}{2}(1 + e^{-2t})$.
5. Determinare quale segnale di ingresso $u(t)$ genera una risposta forzata pari a

$$y_f(t) = \frac{t^3}{6}e^{-t}.$$

Problema 3. Calcolare la trasformata di Laplace delle seguenti funzioni

$$f(t) = e^t + te^{-t} \quad ; \quad f(t) = e^{2t} \cos(t) \quad ; \quad f(t) = t^2 \cosh(t/2) \quad ; \quad f(t) = \int_0^t \tau e^{-2\tau} \cos(4\tau + \pi/3) d\tau$$

Problema 4. Calcolare l'antitrasformata di Laplace delle seguenti funzioni

$$F(s) = \frac{s^2 + 1}{s^2 + 2s + 2} \quad ; \quad F(s) = \frac{s - 1}{s^2(s + 1)^2} \quad ; \quad F(s) = \frac{e^{-s}}{s(s^2 + 5s + 6)} \quad ; \quad F(s) = \frac{s^4}{(s^2 + 1)^2}$$