- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

$\updownarrow$ $\updownarrow$

$a:b = c:d$ $\quad$ $a:c = b:d$

$\Updownarrow$

$ad = bc$

Sistemi lineari

- trovare due numeri la cui somma è 13 e la differenza è 3.

due numeri li chiamo $\underbrace{x, y}$ $\quad$ a, b

$$\begin{cases} x + y = 13 \\ x - y = 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} a + b = 13 \\ a - b = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 13 - y \\ x - y = 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 13 - y \\ (13 - y) - y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 13 - y \\ 13 - 2y = 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 13 - y \\ -2y = -10 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 13 - y \\ y = \frac{-10}{-2} = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 13 - 5 = 8 \\ y = 5 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 8 \\ y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 7y = 14 \\ 3x + 2y = 29 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = \frac{7}{2}y + 7 \\ 3x + 2y = 29 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 7/2\,y + 7 \\ \frac{21}{2}y + 21 + 2y = 29 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 7/2\,y + 7 \\ \frac{25}{2}y = 8 \end{cases} \qquad y = \frac{16}{25}$$

$$\begin{cases} x + y = 13 \\ 2x + 2y = 6 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 13 - y \\ 2(13 - y) + 2y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 13 - y \\ 26 - 2y + 2y = 6 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 13 - y \\ 0y = -20 \end{cases} \qquad y = \frac{-20}{0}$$

$$\begin{cases} x + y = 13 \\ 2x + 2y = 26 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 13 - y \\ 2(13 - y) + 2y = 26 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 13 \\ 0y = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x + y = 13 \\ y = \frac{0}{0} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 7y = 14 \\ 3x + 2y = 29 \end{cases} \qquad \left(\begin{array}{cc|c} 2 & -7 & 14 \\ 3 & 2 & 29 \end{array}\right)$$

$$\begin{cases} x + y = 13 \\ x - y = 3 \end{cases} \qquad \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 13 \\ 1 & -1 & 3 \end{array}\right)$$

$$\begin{cases} x + y = 13 \\ 3y = 9 \end{cases} \qquad \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 13 \\ 0 & 3 & 9 \end{array}\right)$$

$$\begin{cases} x+2y=6 \\ 3x+6y=8 \end{cases} \qquad 1:3=2:6$$

$$\begin{cases} 2x-7y=14 \\ 3x+2y=29 \end{cases} \qquad 2:3 \neq -7:2$$

$$\begin{cases} Ax+By=C \\ Dx+Ey=F \end{cases} \qquad \left(\begin{array}{cc|c} A & B & C \\ D & E & F \end{array}\right)$$

$$\begin{cases} x=-\frac{B}{A}y+\frac{C}{A} \\ D\left(-\frac{B}{A}y+\frac{C}{A}\right)+Ey=F \end{cases}$$

$$\underbrace{\left(-\frac{DB}{A}+E\right)}_{\neq 0}y = F-\frac{CD}{A}$$

$$-\frac{DB}{A}+E=0 \qquad -DB+AE=0$$

$$AE=DB$$

$$A:D=B:E$$

se $AE \neq DB$ $\quad AE-DB \neq 0$

il sistema ha esatt. 1 solus.

$$\left(\begin{array}{cc|c} A & B & C \\ D & E & F \end{array}\right)$$

determinante

$\rightarrow \begin{pmatrix} A & B \\ D & E \end{pmatrix} \nearrow AE - DB$

$A : D = B : E \iff \det \begin{pmatrix} A & B \\ D & E \end{pmatrix} = 0$

$\Updownarrow \qquad \Updownarrow$

$\frac{A}{D} = \frac{B}{E} \qquad A : B = D : E$

Il sistema ha esatt. 1 soluz $\iff \det \begin{pmatrix} A & B \\ D & E \end{pmatrix} \neq 0$

$\det \begin{pmatrix} A & B \\ D & E \end{pmatrix} = 0$

$F - \frac{CD}{A} = \begin{cases} 0 & \text{indeterminato} \\ \neq 0 & \text{impossibile} \end{cases}$

$F - \frac{CD}{A} = 0 \qquad FA = CD$

$A : D = C : F$

$\left(\begin{array}{cc|c} A & B & C \\ D & E & F \end{array}\right)$ $\qquad \det \begin{pmatrix} A & B \\ D & E \end{pmatrix} = 0$ e $\det \begin{pmatrix} A & C \\ D & F \end{pmatrix}$

$$\begin{cases} x + y + z = 7 \\ 2x - y + 3z = 11 \\ 3x + 2y - 5z = 29 \end{cases} \qquad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 7 \\ 2 & -1 & 3 & 11 \\ 3 & 2 & -5 & 29 \end{array}\right)$$

- $\det \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & -5 \end{pmatrix} \neq 0 \Rightarrow$ $\exists$ uma sola solução.

o

o

o

o

c