

Geometria 2021/22
Prova intermedia

Esercizio. -

Sia b la forma bilineare su \mathbb{R}^3 associata, rispetto alla base canonica $B = (e_1, e_2, e_3)$, alla matrice

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & k \end{pmatrix}.$$

a) Determinare i valori del parametro k per cui b è degenere.

b) Determinare PER OGNI k una base del radicale di b .

Posto poi $k = 2$:

c) provare che b è definita positiva.

d) trovare una base ortonormale rispetto a b .

e) Trovare una base del sottospazio ortogonale a $L(e_3)$.

f) Nello spazio euclideo (\mathbb{R}^3, b) provare che il triangolo di vertici $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(-1, 0, 1)$ è rettangolo e calcolarne l'area.

g) Trovare nello spazio \mathbb{C}^3 un vettore $v \neq 0$ isotropo rispetto all'estensione complessa di b .