CORREZIONE

1 $\begin{cases} a+b+kc=0 \\ a = 0 \\ \cancel{ka = 0} \end{cases}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 & k \\ 1 & 0 & 0 \\ k & 0 & 0 \end{pmatrix}$ rango $=2$

a) forma bilin. semplicemente degenere dim Rad(B) = 1

$\begin{cases} a=0 \\ b=-kc \end{cases}$ Rad (B) = $\{(a,b,c) : a=0, b=-kc\}$ = $\{(0,-kc,c) : c\in\mathbb{R}\} = L(0,-k,1)$ $\forall k$

base $\{(0,-k,1)\}$ di Rad (B)

b) $(a,b,c)\begin{pmatrix} 1 & 1 & k \\ 1 & 0 & 0 \\ k & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = 0$ $\quad (a+b+kc \quad a \quad ka)\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = a(a+b+kc)+ab+kac = 0$

vettori isotropi

$a=0$, $a+2b+2kc=0$ $\quad a(a+2b+2kc)=0$

un vettore isotropo $\notin$ Rad b $\quad (0,1,0)$ è isotropo perché $a=0$
$\notin$ Rad b $\quad \begin{pmatrix} 0 & -k & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \to$ lin. indip.

c) B non è definita perché nella matrice ci sono degli 0 sulla diagonale

(2) Si possono prendere forme b, b' già ridotte in forma diagonale, ad esempio

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{b} + \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}}_{b'} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

semidef. positiva.
non def. positiva

(3) $B = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ i vettori isotropi formano

se B non degenere $=$ Unione di due sottospazi di dim 1

(0)

se B è degenere $=$ un sottospazio di dim 1

$$(x, y) \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 0 \qquad ax^2 + 2bxy + cy^2 = 0$$

$\hookrightarrow \{(x,y) : \text{soluzioni dell'equazione}\}$

(soluzione doppia se $b^2 - ac = 0$)
$-\det = 0$.

- ci sono infinite forme bilineari definite $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & c \end{pmatrix} \to \{\text{vettori isotropi}\} = (0)$ sottospazio
- " degeneri $\to \{\text{vettori isotropi}\} \to$ sottosp. di dim 1.