Esercizio 1

Le funzioni z sono tutte funzioni generatrici, come indicato sotto:

$1 = z^0$ → funzione generatrice della quantità deterministica 0

$z = z^1$ → funzione generatrice della quantità deterministica 1

$\frac{pz}{1-z(1-p)}$ → funzione generatrice della v.a. N con distribuzione geometrica modificata del tipo:

$$Prob\{l = k\} = p(1-p)^{k-1}, \quad k = 1, 2, \dots$$

$\frac{pz^2}{1-z(1-p)} = z \times \frac{pz}{1-z(1-p)}$ → funzione generatrice della v.a. somma di 1 con la v.a. geometrica modificata di cui al punto precedente: $1+N$

$\frac{pz^2}{1-z^2(1-p)}$ composizione di $\frac{pz}{1-z(1-p)}$ con z^2 → si tratta della funzione generatrice

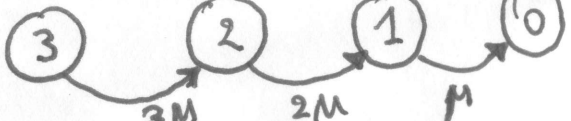
$\downarrow$ N, $\downarrow$ 2

di $\sum_{1}^{N} 2 = 2N$ ← se si pensa sin dall'inizio la v.a. come $2 \times N$ la risoluzione dell'esercizio è più semplice.

In alternativa si dovrebbe verificare che per $z=1$ valgono 1 e che non ci sono poli dentro e sul cerchio del raggio unitario

Esercizio 2

$T = \frac{1}{\mu}$. Applico la proprietà di assenza di memoria della distribuzione esponenziale per dire che se ho 3 trasmettitori in funzione il tempo per passare a 2 trasmettitori in funzione è dato da min $\{t_1, t_2, t_3\}$ dove t_1, t_2, t_3 i.i.d esponenziali con tasso medio μ ⇒ min $\{t_1, t_2, t_3\}$ è ancora a distribuzione esponenziale e tasso medio 3μ. Considero allora un diagramma a stati dove lo stato indica il n° di trasmettitori in funzione:



Il tempo medio per avere tutti e tre i trasmettitori guasti è

$$= \frac{1}{3\mu} + \frac{1}{2\mu} + \frac{1}{\mu}$$

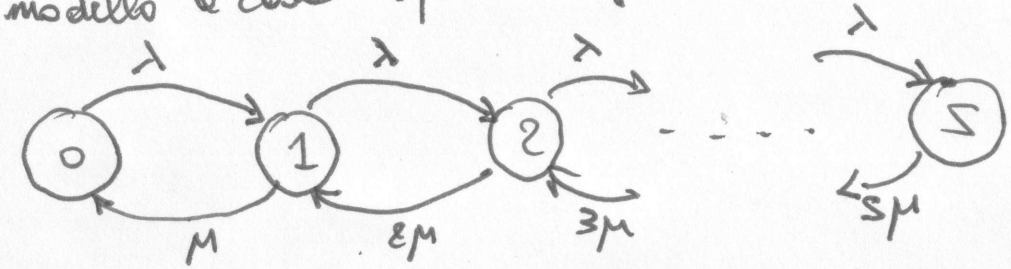
Esercizio 3

L'intensità di traffico offerta (al nodo del ISP) $\rho = \underbrace{264 \frac{\text{accessi}}{\text{giorno}} \times \frac{1}{24} \frac{\text{ore}}{\text{giorno}}}_{\text{tasso medio di arrivo}} \times \underbrace{1 \text{ ora}}_{\text{durata media di una chiamata}} = 11 \text{ Erlang}$

s = numero di linee del nodo

Il sistema del nodo è modellato come una coda del tipo M/G/S/S perché il processo di arrivo è di Poisson (con tasso medio $1\ \text{ora}^{-1}$) e il tempo di servizio è generale. Tale coda si studia con la coda equivalente di tipo M/M/S/S (Markoviane) e parità di intensità di traffico $\rho = 11$ Erlang.

Il modello a coda equivalente per il nodo è:



Il blocco è caratterizzato dalla probabilità dello stato S in base alla proprietà PASTA.
Il sistema a coda è sempre stabile.
Applicando gli equilibri ai tagli e risolvendoli in sequenza otteniamo la seguente espressione per la probabilità di blocco (facendo anche uso della condizione di normalizzazione):

$$P_B = P_S = \frac{\frac{\rho^S}{S!}}{\sum_{m=0}^{S} \frac{\rho^m}{m!}}$$

dove $\rho = 11$ Erlang e dobbiamo determinare S in modo che $P_B \leq 1\%$. A tal scopo si fa uso della tabella Erlang-B allegata (colonna per $P_B = 1\%$): si trova

S	$P_B = 1\%$
⋮	⋮
18	10.4
19 ←	11.2
20	12.0
⋮	⋮

$S =$ 19 linee per il nodo

Esercizio 4

Dato l’indirizzo di rete 201.83.220.0 :

a) si determini la classe di appartenenza;

b) volendo suddividere la rete identificata da tale indirizzo in due sottoreti X e Y con rispettivamente 88 e 31 host, determinare le rispettive subnet-mask e indirizzi (possibili) delle sottoreti ottenute.

Soluzione:

a) l’indirizzo in questione è di classe C;

b)
X: si necessita di 1 bit per subnet e 7 per gli host: di conseguenza l’ultimo byte risulta
10000000
fornendo una subnet mask 255.255.255.128
Per l’indirizzo di sottorete una possibile soluzione è 201.83.220.128

Y: si necessita di 2 bit per subnet e 6 per gli host (in quanto 31+2 = 33 indirizzi da allocare): di conseguenza l’ultimo byte risulta
11000000
fornendo una subnet mask 255.255.255.192
Per l’indirizzo di sottorete una possibile soluzione è 201.83.220.64