



Esercizi



Una banca dati che contiene film

- Si vuol realizzare una banca dati che contiene informazioni su film.
- Un film è caratterizzato da un nome, un anno di uscita, un produttore e il costo. Si dovranno anche memorizzare gli attori che partecipano al film indicando per ciascuno i ruoli svolti (ad. es. attore protagonista, comparsa,...) e il compenso ricevuto.
- Si dovrà tenere traccia anche di tutti gli attori con il loro nome, cognome, la data di nascita e un curriculum.
- L'applicazione dovrà avere un'interfaccia utente e si vuol seguire il principio di separazione fra interfaccia e dati
- Per l'insieme degli attori si usi una lista per gli altri insiemi dei vettori
- Progettare le classi necessarie, per il momento, indicando solo le variabili e le classi (senza metodi e costruttori)

Una banca dati che contiene film

```
class Film{
    String nome, produttore;
    Date dataUscita;
    int costo;
}

class Attore{
    String nome, cognome;
    String curriculum;
    Date dataNascita;
}

class Partecipazione{
    Attore p;
    Film f;
    String ruoli[];
}

class ListaAttori{
    ItemAttori head;
}

class ItemAttori{
    Attore value;
    ItemAttori next;
}

class BancaDati{
    ListaAttori attori;
    Film films[];
    Partecipazione partecipazioni[];
}

class interfaccia{
    BancaDati b;
}
```

Franco Scarselli

Fondamenti di Informatica I, 2005-2006

Una banca dati che contiene film: soluzione 2

```
class Film{
    String nome, produttore;
    Date dataUscita;
    int costo;
    Partecipazione partecipazioni[];
}

class Attore{
    String nome, cognome;
    String curriculum;
    Date dataNascita;
}

class Partecipazione{
    Attore p;
    // Film f;
    String ruoli[];
}

class ListaAttori{
    ItemAttori head;
}

class ItemAttori{
    Attore value;
    ItemAttori next;
}

class BancaDati{
    ListaAttori attori;
    Film films[];
    // Partecipazione partecipazioni[];
}

class interfaccia{
    BancaDati b;
}
```

I cambiamenti
sono in
grassetto

Franco Scarselli

Fondamenti di Informatica I, 2005-2006

Una banca dati che contiene film: i metodi

- Definire i metodi dell'interfaccia e della classe BancaDati
- Dovranno essere possibile le seguenti operazioni
 - inserire un film
 - rimuovere un film per titolo e anno
 - inserire un attore
 - rimuovere un attore per nome e cognome
 - cercare tutti i film a cui un attore ha partecipato fornendo il nome e il cognome dell'attore

Franco Scarselli

Fondamenti di Informatica I, 2005-2006

Una banca dati che contiene film: i metodi

```
class BancaDati{
    ListaAttori attori;
    Film films[];
    Partecipazione partecipazioni[];

    void inserisciFilm(Film f);
    void rimuoviFilm(String titolo, Date anno);
    void inserisciAttore(Attore a);
    void rimuoviAttore(String nome, String cognome);
    Film[] searchFilm(String nome, String cognome;
}
```

```
class interfaccia{
    BancaDati b;
    void inserisciFilm();
    void rimuoviFilm();
    void inserisciAttore();
    void rimuoviAttore();
    void searchFilm();
}
```

Franco Scarselli

Fondamenti di Informatica I, 2005-2006



Un'applicazione per la biblioteca

- Una biblioteca vuol realizzare un'applicazione per gestire un archivio dei libri disponibili. L'applicazione dovrà memorizzare tutti i libri posseduti, tutti gli autori dei libri e tutti gli editori. Per ogni autore si registra il nome, il cognome, il luogo di nascita e una breve biografia. Per ogni editore si registra il nome e l'indirizzo. Per ogni libro si registra il titolo, gli autori, l'editore e l'ISBN che è un codice di 13 cifre.
- L'applicazione dovrà possedere un menu utilizzando il quale sarà possibile inserire un libro, un autore o un editore. Inoltre, dovrà essere possibile eliminare un libro identificandolo con il codice ISBN. Infine, il menu dovrà permettere di cercare tutti i libri posseduti dalla biblioteca per titolo o autore. Quest'ultima funzione deve visualizzare tutti i libri che soddisfano il criterio di ricerca.
- Per realizzare l'insieme degli editori usare una struttura dati di tipo lista. Per gli altri insieme usare una struttura di tipo vettore.

Franco Scarselli

Fondamenti di Informatica I, 2005-2006



Un'applicazione per la biblioteca

- Progettare le classi Java necessarie per realizzare l'applicazione.
- Si richiede la definizione delle classi, variabili e metodi. Non è necessario implementare i metodi.
- Indicare anche la classe che contiene il main.

Un'applicazione per la biblioteca

```
class Autore{
    String nome, cognome, biografia;
    Date dataNascita;
}
```

```
class Editore{
    String nome, indirizzo;
}
```

```
class Libro{
    String titolo;
    Autore autorilibro[];
    Editore editorelibro;
    int ISBN[];
}
```

```
class EditorList{
    EditorItem head;
    void insert(int v);
    void remove(int v);
    EditorItem search(int v);
}
```

```
class EditorItem
    Editore value;
    EditorItem next;
}
```

Fondamenti di Informatica I, 2005-2006

Un'applicazione per la biblioteca

```
class Biblioteca{
    Libro libri[];
    Autore autore[];
    EditorList editor[];

    void inserireAutore(String nome, String cognome,
        String biografia, Date dataNascita);
    void inserireEditore(String nome, String indirizzo);
    void inserireLibro(String titolo, Autore autori[],
        Editore editore, int ISBN[]);
    void rimuoviLibro(int ISBN[]);
    Libro[] cerca(String titolo);
    Libro[] cerca(Autore autore);
}
```



Un'applicazione per la biblioteca

```
class Menu{  
  
    Biblioteca biblioteca;  
  
    void inserireAutore();  
    void inserireEditore();  
    void inserireLibro();  
    void rimuoviLibro();  
    void cerca1();  
    void cerca2();  
  
    static void main(String argv);  
}
```

Franco Scarselli

Fondamenti di Informatica I, 2005-2006



Un'applicazione per la segreteria studenti

- Una segreteria studenti vuol realizzare un'applicazione per gestire un archivio con gli studenti, i corsi e gli esami di un anno accademico. L'applicazione dovrà memorizzare tutti gli studenti, tutti gli esami e tutti i corsi di una facoltà. Per ogni corso si registra il nome e il docente. Per ogni studente si registra il nome, il cognome, la matricola e la data di nascita. Per ogni esame si registra il voto, la data e ovviamente il corso e lo studente.
- L'applicazione dovrà possedere un menu utilizzando il quale sarà possibile inserire uno studente, un esame o un corso. Inoltre, dovrà essere possibile ricercare uno studente per matricola o cognome e nome. Allo stesso modo dovrà essere possibile rimuoverlo indicando il numero di matricola. Infine, l'applicazione dovrà permettere di calcolare le media di ogni studente e ogni corso
- Per realizzare l'insieme degli studenti, degli esami e dei corsi usare una struttura dati di tipo vettore

Franco Scarselli

Fondamenti di Informatica I, 2005-2006

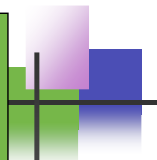


Un'applicazione per la segreteria studenti

- Progettare le classi Java necessarie per realizzare l'applicazione.
- Si richiede la definizione delle classi, variabili e costruttori.
- Non è necessario implementare i metodi. Indicare anche la classe che contiene il main.

Franco Scarselli

Fondamenti di Informatica I, 2005-2006



Un'applicazione per la segreteria studenti

```
class Studente{  
    String nome, cognome, matricola;  
    Date dataNascita;  
}
```

```
class Corso{  
    String nome, docente;  
}
```

```
class Esame{  
    int voto;  
    boolean lode;  
    Date data;  
    Studente studente;  
    Corso corso;  
}
```

```
class Archivio{  
    Studente studenti[];  
    Corso corsi[];  
    Esame esami[];  
  
    void inserisciStudente(String nome, String cognome,  
                           String matricola, Date dataNascita);  
    void inserisciCorso(String nome, String docente);  
    void inserisciEsame(Studente s,  
                        int voto, boolean lode, Date data);  
    Studente cerca(String matricola);  
    Studente cerca(String cognome, String nome);  
    void rimuovi(String matricola);  
    float mediaStudente(String matricola);  
    float mediaCorso(string nome);  
}
```

Un'applicazione per la segreteria studenti

```
class Menu{  
    Archivio archivioSegreteria;  
  
    void inserisciStudiante();  
    void inserireCorso();  
    void inserireEsame();  
    void cercaStudiantePerMatricola();  
    void cercaStudiantePerNome();  
    void rimuoviStudiante();  
    void mediaStudiante();  
    void mediaCorso();  
  
    static void main(String arg[]);  
}
```

Franco Scarselli

Fondamenti di Informatica I, 2005-2006

Uso di una pila

- Sono date le classi che implementano una pila di messaggi: creare il codice Java che
- crea una pila con al più 10 messaggi
- inserisce i messaggi:
 - "messaggio 1", inviato a "marte", indirizzo ip "10.0.0.1"
 - "giove", indirizzo ip "10.0.0.2"
 - "risposta 1", inviato a "giove", indirizzo ip "10.0.0.2"
 - da "marte", indirizzo ip "10.0.0.1"
- estrarre dalla pila tutti i messaggi stampando il testo, il nome del destinatario e del mittente

```
class Messaggio{  
    String testo;  
    Indirizzo destinatario, mittente;  
    Messaggio(Indirizzo mitt, Indirizzo dest, String testo);  
}
```

```
class Pila{  
    Pila(int maxMessaggi);  
    Messaggio Pop();  
    Messaggio Top();  
    void Push(Messaggio m);  
    boolean isEmpty();  
}
```

```
class Indirizzo{  
    String nome, ip;  
    Indirizzo(String nome, String ip)  
}
```

Uso di una pila

```
Pila p=new Pila(10);
Indirizzo marte=new Indirizzo("martedì", "10.0.0.1");
Indirizzo giovè=new Indirizzo("giovedì", "10.0.0.2");
Messaggio m1=new Messaggio(giovedì, marte, "messaggio 1");
Messaggio m2=new Messaggio(marte, giovedì, "risposta 1");
p.push(m1);
p.push(m2);
while(!p.isEmpty()){
    Messaggio m=p.pop();
    System.out.print(m.testo)
    System.out.print(" da "+m.mittente.nome)
    System.out.println(" a "+m.destinatario.nome)
}
```

Uso di un archivio studenti

- Sono date le classi che implementano un archivio degli studenti. Scrivere il codice Java che
- crea un archivio
- inserisce
 - "Paolo", "Rossi" residente in "via Verdi 16, Siena"
 - "Roberto", "Bianchi" residente in "via Gialli 10, Siena, 53110"
- cerca tutti gli studenti abitanti a Siena e ne stampa il cognome

```
class Studente{
    String Nome, Cognome;
    Indirizzo residenza
    Studente(String nome, String cognome, String residenza)
}
```

```
class Indirizzo{
    String via, numero, città;
    Indirizzo(String via, String numero, String città)
}
```

```
class Archivio{
    private Studente studenti[];
    Archivio();
    void inserisci(Studente s)
    Studente [] cerca(String city)
}
```

Uso di un archivio studenti

```
Archivio a=new Archivio();
Indirizzo i1=new Indirizzo("via Verdi","16","Siena");
Indirizzo i2=new Indirizzo("via Gialli","10","Siena");
Studente paoloRossi=new Studente("Paolo","Rossi",i1);
Studente robertoBianchi=new Studente("Roberto","Bianchi",i2);
a.inserisci(paoloRossi);
a.inserisci(robertoBianchi);
Studente [] studentiDiSiena=a.search("siena");
for(int i=0;i<studentiDiSiena.length;i++){
    System.out.println(studentiDiSiena[i].cognome);
}
```

Franco Scarselli

Fondamenti di Informatica I, 2005-2006

Somma con una lista di operazioni

- Sono date le classi che implementano una lista di operazioni (ad esempio di un conto corrente)
- Ogni operazione è caratterizzata dalla quantità e da un carattere che è 'P' se l'operazione è un prelievo e 'D' se l'operazione è un deposito

- Si implementi (in maniera iterativa) un metodo che calcola totale delle operazioni contano come negativi i prelievi e positivi i depositi

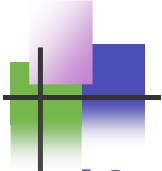
```
class ListaOperazioni{
    itemOperazione head;
}
```

```
class itemOperazione{
    operazione value;
    itemOperazione next;
}
```

```
class operazione{
    operazione(float quantita, char pd);
    char getPd();
    float getQuantita();
}
```

float calcolaTotale(ListaOperazioni A)

Informatica I, 2005-2006



Somma con una lista di operazioni

```
float calcolaTotale(ListaOperazioni A){  
    float somma=0;  
    for(itemOperazione it=A.head; it!=null; it=it.next){  
        if(it.value.getPd()!='D') {  
            somma=somma+it.value.getQuantita();}  
        else{  
            somma=somma-it.value.getQuantita();}  
        }  
    }  
    return somma;  
}
```

Franco Scarselli

Fondamenti di Informatica I, 2005-2006



Somma con una lista di operazioni II

- La stessa funzione potrebbe essere implementata in maniera ricorsiva.
Per farlo occorre implementare il metodo: calcolaTotaleRicorsivo

```
float calcolaTotale(ListaOperazioni A){  
    return calcolaTotaleRicorsivo(A.head);  
}  
  
float calcolaTotaleRicorsivo(ItemOperazioni it)  
....
```

Franco Scarselli

Fondamenti di Informatica I, 2005-2006

Somma con una lista di operazioni II

```
float calcolaTotaleRicorsivo(ItemOperazioni it){
    if(it==null) {
        return 0;
    }
    else{if(it.value.getPd()=='D'){
        return it.value.getQuantita()+calcolaTotaleRicorsivo(it.next);
    }
    else{
        return -it.value.getQuantita()+calcolaTotaleRicorsivo(it.next);
    }
}
```

Franco Scarselli

Fondamenti di Informatica I, 2005-2006

Profondità di un albero binario

- Sono date le classi che implementano un albero binario di interi
- Si implementi un metodo ricorsivo che calcola la profondità dell'albero
- Si realizzi il metodo `profonditaRicorsiva`

```
class Node{
    int value;
    nodo left, right;
}
```

```
class Tree{
    root;
}
```

```
int profondita(Tree T){
    return profonditaRicorsiva(T.root);
}

int profonditaRicorsiva(nodo n);
```

Franco Scarselli

Fondamenti di Informatica I, 2005-2006

Profondità di un albero binario

```
int profonditaRicorsiva(nodo n){
    if(n==null){return 0;}}
    else{
        int pDestra= profonditaRicorsiva(n.right);
        int pSinistra= profonditaRicorsiva(n.left);
        if(pDestra>pSinistra) {
            return pDestra+1;}
        else{
            return pSinistra+1;}
    }
```

Franco Scarselli

Fondamenti di Informatica I, 2005-2006

Norma uno

- Scrivere un metodo che scorre una matrice a due dimensioni “float B[][]” e ne calcola la norma 1.
- La norma 1 di una matrice e’ il massimo per colonna della somma dei moduli degli elementi

$$B = \begin{pmatrix} b_{1,1} & b_{1,2} & \dots & b_{1,m} \\ b_{2,1} & b_{2,2} & \dots & b_{2,m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n,1} & b_{n,2} & \dots & b_{n,m} \end{pmatrix}$$

$$\|B\|_1 = \max_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^m |b_{i,j}| \right)$$

Franco Scarselli

Fondamenti di Informatica I, 2005-2006



Norma uno

```
float normaUno(float B[][]) {  
    float norm=0;  
    for(int i=0;i<B.length;i++){  
        float col=0;  
        for(int j=0;j<B[i].length;j++){  
            col=col+Math.abs(B[i][j]);  
        }  
        if(col>norm){norm=col;}  
    }  
    return norm;  
}
```

Franco Scarselli

Fondamenti di Informatica I, 2005-2006



Norma uno II

- La stessa funzione potrebbe essere implementata in maniera ricorsiva. Per farlo occorre implementare il metodo normaUnoRicorsivo che calcola ricorsivamente la somma di ogni colonna

```
float normaUno(float B[][]) {  
    float a= normaUnoRicorsivo(B,0,B.length);  
    float max=Integer.MAX_VALUE;  
    for(int i=0;i<B[0].length;i++){  
        if(max<a[i]) {max=a[i];}  
    }  
    return max;  
}  
  
float [] normaUnoRicorsivo (float B[][], int minRow, int maxRow)  
....
```

Franco Scarselli

Fondamenti di Informatica I, 2005-2006

Norma uno II

```
float normalUnoRicorsivo (float B[][], int minRow, int maxRow){
    int[] res=new int[B[0].length];
    if(maxRow==minRow){
        for(int i=0;i<res.length;i++){
            res[i]=B[minRow][i];
        }
    }
    else{
        int [] a= normalUnoRicorsivo (float B[][], minRow+1,maxRow);
        for(int i=0;i<res.length;i++){
            res[i]=B[minRow][i]+a[i];
        }
    }
    return res;
}
```

Somma elementi maggiori di zero

- Sono date le classi che implementano una lista di interi: scrivere il metodo java che calcola la somma

Variabili e metodi
della lista

```
class Lista{
    Item head;

    void insert(int v);
    void remove(int v);
    Item search(int v);
}
```

Un elemento della lista

```
class Item{
    int value;
    Item next;
}
```

Il metodo da implementare

```
int somma(List lista)
```



Somma elementi maggiori di zero

```
int somma(List A){  
    int res=0;  
    for(Item it=A.head; it!=null; it=it.next){  
        if(it.value>0) {  
            res=res+it.value;  
        }  
    }  
    return res;  
}
```

Franco Scarselli

Fondamenti di Informatica I, 2005-2006



Somma elementi maggiori di zero II

- La stessa funzione potrebbe essere implementata in maniera ricorsiva. Per farlo occorre implementare il metodo `sommaRicorsivo`

```
int somma(List lista){  
    return sommaRicorsivo(lista.head);  
}  
  
int sommaRicorsivo(Item it)
```

Franco Scarselli

Fondamenti di Informatica I, 2005-2006

Somma elementi maggiori di zero II

```
int sommaRicorsivo(Item it){  
    if (it==null) {  
        return 0;}  
    if(it.value>=0){  
        return it.value+ sommaRicorsivo(it.next);}  
    else {  
        return sommaRicorsivo(it.next);}  
}
```

Franco Scarselli

Fondamenti di Informatica I, 2005-2006

Somma del costo di una lista di articoli

- Sono date le classi che implementano una lista di Articoli in vendita: scrivere il metodo che calcola la somma del costo degli articoli di un certo tipo

Variabili e metodi della lista

```
class Lista{  
    Item head;  
    void insert(int v);  
    void remove(int v);  
    Item search(int v);  
}
```

Un elemento della lista

```
class Item{  
    Articolo value;  
    Item next;  
}
```

Un articolo

```
class Articolo{  
    float costo;  
    String nome;  
    int codice;  
}
```

Il metodo da implementare

```
int somma(List lista, int codice)
```

Franco Scarselli

Fondamenti di Informatica I, 2005-2006



Somma del costo di una lista di articoli

```
float somma(List A, int codice){
    int res=0;
    for(Item it=A.head; it!=null; it=it.next){
        if(it.value.codice==codice) {
            res=res+it.value.costo;
        }
    }
    return res;
}
```

Franco Scarselli

Fondamenti di Informatica I, 2005-2006



Somma del costo di una lista di articoli

- La stessa funzione potrebbe essere implementata in maniera ricorsiva. Per farlo occorre implementare il metodo `sommaRicorsivo`

```
float somma(List lista, int codice){
    return sommaRicorsivo(lista.head,int codice);
}

float sommaRicorsivo(Item it, int codice)
```

Franco Scarselli

Fondamenti di Informatica I, 2005-2006

Somma elementi maggiori di zero II

```
float sommaRicorsivo(Item it, int codice){  
    if (it==null) {  
        return 0;}  
    if(it.value.codice==codice){  
        return it.value.costo+ sommaRicorsivo(it.next);}  
    else {  
        return sommaRicorsivo(it.next);}  
}
```

Franco Scarselli

Fondamenti di Informatica I, 2005-2006

Complessita' di un programma

- Calcolare l'ordine asintotico (notazione $O(f(n))$) del numero di moltiplicazioni svolte dal seguente metodo rispetto al valore del parametro n

```
void metodo2(int n){  
    int i=1;  
    int res=1;  
    while(i<=n){  
        for(int j=0;j<n;j++){  
            res=res*j+i;  
        }  
        i=2*i;  
    }  
}
```

Il corpo del while viene
eseguito $\log_2 n$ volte

Il corpo del for viene
eseguito n volte

Risposta
 $O(n \cdot \log_2 n)$

Complessita' di un programma

- Calcolare l'ordine asintotico (notazione $O(f(n))$) del numero di moltiplicazioni svolte dal seguente metodo rispetto al valore del parametro n
- Nel caso servisse, si ricorda che...

$$\sum_{i=1}^a i = \frac{a(a+1)}{2}$$

Poiche'...

$$\sum_{i=1}^{n^2} i = \frac{n^2(n^2+1)}{2}$$

Risposta $O(n^4)$

```
void metodo2(int n){
    int res=1;
    for(int i=1;i<=Math.pow(n,2);i++){
        for(j=1;j<=i;j++){
            res=res*2;
        }
    }
}
```

Il corpo del for viene
eseguito n^2 volte

Il corpo del for viene
eseguito i volte

Fondamenti di Informatica I, 2005-2006

Complessita' di un programma

- Calcolare l'ordine asintotico (notazione $O(f(n))$) del numero di somme svolte dal seguente metodo sulla variabile res rispetto al valore del parametro n

```
void metodo3(int n){
    int i=1;
    int res=1;
    while(i<=Math.pow(n,2)){
        for(int j=0;j<Math.pow(n,3);j++){
            res=res+3;
        }
        i=2*i;
    }
}
```

Il corpo del while viene
eseguito $2 \log_2 n$ volte

Il corpo del for viene
eseguito n^3 volte

Risposta
 $O(n^3 \log_2 n)$

Complessita' di un programma

- Calcolare l'ordine asintotico (notazione $O(f(n))$) del numero di moltiplicazioni svolte dal seguente metodo rispetto al valore del parametro n
- Nel caso servisse, si ricorda che... $\sum_{i=1}^a i^2 = \frac{2a^3 + 3a^2 + a}{6}$

```
void metodo4(int n){
    int res=1;
    for(int i=Math.pow(n,3);i>=1;i--){
        for(j=1;j<=Math.pow(i,2);j++){
            res=res*2;
        }
    }
}
```

Il corpo del for viene
eseguito n^3 volte

Il corpo del for viene
eseguito i^2 volte

Poiche'...

$$\sum_{i=n^3}^1 i^2 = \sum_{i=1}^{n^3} i^2 = \frac{2n^9 + 3n^6 + n^2}{6}$$

Risposta $O(n^9)$

Fondamenti di Informatica I, 2005-2006

Complessita' di un programma

- Calcolare l'ordine asintotico (notazione $O(f(n))$) del numero di moltiplicazioni svolte dal seguente metodo rispetto al valore del parametro n

```
void metodo5(int n){
    int res=1;
    for(int i=1;i<=n*n;i++){
        for(j=1;j<=Math.pow(3,i);j++){
            res=res+2;
        }
    }
}
```

Il corpo del for viene
eseguito n^2 volte

Il corpo del for viene
eseguito 3^i volte

Poiche'...

$$\sum_{i=1}^{n^2} 3^i = \frac{3^{n^2+1} - 1}{3 - 1}$$

Risposta $O(3^{n^2})$

Fondamenti di Informatica I, 2005-2006

Complessita' di un programma

- Calcolare l'ordine asintotico (notazione $O(f(n))$) del numero di somme svolte dal seguente metodo sulla variabile res rispetto al valore del parametro n

```
void metodo6(int n){
    int res=1;
    for(int i=1;i<=Math.log10(n);i=i+1){
        for(int j=0;j<Math.pow(2,i);j++;){
            res=res+3;
        }
    }
}
```

Il corpo del while viene eseguito $\log_3 n$ volte

Il corpo del for viene eseguito 2^i volte

Risposta
 $O(n^{1/\log 10})$

Poiche'...

$$\sum_{i=1}^{\log_0 n} 2^i = \frac{2^{\log_0 n+1} - 1}{3-1} = \frac{2^{\frac{\log_2 n}{\log 10}+1} - 1}{2} = \frac{2 \cdot (2^{\frac{\log_2 n}{\log 10}})^{\frac{1}{\log 10}} - 1}{2} = n^{\frac{1}{\log 10}} - \frac{1}{2}$$

Formule utili

$$\sum_{i=1}^a i = \frac{a(a+1)}{2}$$

$$\sum_{i=1}^a i^2 = \frac{2a^3 + 3a^2 + a}{6}$$

$$\sum_{i=1}^a b^i = \frac{b^{a+1} - 1}{b - 1}$$